Chalmers Tekniska Högskola Campus Lindholmen

Lösningsförslag till Dugga 1 för DAI1 och EI1, LMA 212, 20160929, 08.00-10.00

Fullständig lösning krävs på uppgift 3 och 4.
Ansvarig lärare. Reimond Emanuelsson, tel 0708 948 456/ankn. 5881

1. Givet följande matriser

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & b \\ 3 & c \end{bmatrix}.$$

(a) och (b)

Produkt	$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$,	$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$,	$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}$
typ	3×3	1×1	1×2
Produkt	$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}$,	$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$,	$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$
typ	3×2	3×1	1×3

1.5p

2. Följande totalmatris är given. 1.0p

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & -20 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

(a) Rangen för koefficientmatris och totalmatris $= 3$. 1.0p

(b) Antalet lösningar till ekvationssystemet är ∞. 1.0p

3. Matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ är given...

(a) bestäm talet är c:

$$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} = c\cdot \begin{bmatrix} 24 & -8 & -5 \\ 0 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} 24 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix} \Longrightarrow c = \frac{1}{24}.$$

1.5p

(b) Lös ut $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ i matrisekvationen..., ex.vis m.h.a. invers matris:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} q \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q-3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1.0p

4. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}^T + 2\boldsymbol{X}$. Utgå från att matrisekvationen är korrekt.

(a) Lös ut matrisen $\boldsymbol{X}$ uttryckt m.h.a. de andra matriserna. Förutsätt att lämpliga inversmatriser finns...

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{A} &= \boldsymbol{B}^T + 2\boldsymbol{X} \\ &\Longleftrightarrow \\ \boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{A} - \boldsymbol{X}\cdot 2\boldsymbol{I} &= \boldsymbol{B}^T \\ &\Longleftrightarrow \\ \boldsymbol{X}(\boldsymbol{A} - 2\boldsymbol{I}) &= \boldsymbol{B}^T \\ &\Longleftrightarrow \\ \boldsymbol{X} &= \boldsymbol{B}^T \cdot (\boldsymbol{A} - 2\boldsymbol{I})^{-1} \end{aligned}$$

1.0p

(b) Antag $\boldsymbol{A}$ har tre rader och $\boldsymbol{B}$ har två kolonner. Typerna för matriserna $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ och $\boldsymbol{X}$:

$$\underbrace{\boldsymbol{X}}_{m\times 3} \cdot \underbrace{\boldsymbol{A}}_{3\times n} = \underbrace{\boldsymbol{B}^T}_{2\times n} + 2\underbrace{\boldsymbol{X}}_{m\times 3}$$

som ger $n = 3$ och $m = 2$ eftersom $\operatorname{typ} \boldsymbol{B}^T = \operatorname{typ} \boldsymbol{X}$.

Matris	$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{X}$
typ	3×3	3×2	2×3

1.0p