Tentamen i Linjär algebra, LMA212 för DAI1 och DEI1, 20160107, 14.00-18.00

Program	DAI, EI	Kurs	LMA 212 0204
Tentamensdatum	20160107	Tid	14.00-18.00
Hjälpmedel	Chalmersgodkänd miniräknare		
Examinator	Reimond Emanuelsson	tel	772 5888/5892

1. Låt $z = \dfrac{2-5j}{3+7j}$.
   Förenkla z samt bestäm $|z|$, $\operatorname{Im} z$ och $\arg z$. 2.0p

2. Givet matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

   (a) Beräkna determinanten av $\boldsymbol{A}$. 2.0p

   (b) För vilka tal a och b är $a \cdot \begin{bmatrix} 5 & b & -3 \\ -8 & -2 & 4 \\ b & b & -b \end{bmatrix}$ inversmatris till $\boldsymbol{A}$? 2.0p

   (c) Låt $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$. 1.5p

3. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$.

   (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning $\boldsymbol{x}$. 0.5p

   (b) Lös ekvationen approximativt med Minsta Kvadratmetoden. 2.5p

   (c) Beräkna medelfelet. 1.0p

4. Givet punkterna $P = (2; 2; 4)$, $Q = (2; 3; 1)$ och $R = (4; 3; 3)$.

   (a) Bestäm arean T av triangeln med hörn i P, Q och R. 2.0p

   (b) Bestäm en ekvation för planet Π, som innehåller punkterna P, Q och R. 2.0p

5. Betrakta binomet $f(z) = z^2 + 2j$.

   (a) Lös den binomiska ekvationen $f(z) = 0$. 2.0p

   (b) Faktorisera $f(z)$ i polynom av så låg grad som möjligt. 1.0p

6. Betrakta polynomet $g(z) = (z+1)\left(z^2 - z + 1\right)$.

   (a) Lös ekvationen $g(z) = 0$. 2.0p

   (b) Faktorisera $g(z)$ i komplexa polynom av så låg grad som möjligt. 1.5p

7. Givet punkterna $O = (0; 0; 0)$, $P_1 = (4; 7; -4)$, $P_2 = (1; 4; 8)$ och $P_3 = (8; -4; 1)$.

   (a) Visa att sträckorna OP_1, OP_2 och OP_3 är parvis vinkelräta och lika långa. 2.0p

   (b) Punkterna utgör hörnen i en kub (enligt a)). Bestäm koordinaterna för kubens övriga hörn. 3.0p

   Ledning till uppgift 7: Använd vektorer för att lösa uppgiften.