

FORMELBLAD TILL KURSEN MATEMATISK ANALYS**STANDARDGRÄNSVÄRDEN**

$$1. \ln x \rightarrow -\infty \text{ då } x \rightarrow 0^+, \ln x \rightarrow \infty \text{ då } x \rightarrow \infty$$

$$2. e^x \rightarrow \infty \text{ då } x \rightarrow \infty, e^x \rightarrow 0 \text{ då } x \rightarrow -\infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^q}{e^{px}} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^q}{x^p} = 0 \quad (p > 0)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x} \right) = 1$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$

DERIVATOR FÖR ELEMENTÄRA FUNKTIONER

Logaritmfunktionen och exponentialfunktionen	Trigonometriska funktioner	Arcusfunktionerna
$D \ln x = \frac{1}{x}$	$D \sin x = \cos x$	$D \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D \ln x = \frac{1}{x}$	$D \cos x = -\sin x$	$D \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D e^x = e^x$	$D \tan x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$D \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$

INVERSENS DERIVATOR

$$\phi'(x) = \frac{1}{f'(y)}; \quad \phi''(x) = -\frac{f''(y)}{\{f'(y)\}^3}$$

DERIVERINGSREGLER

$$1. (f+g)' = f' + g' \quad 2. (Cf)' = Cf' \quad 3. (f \cdot g)' = f \cdot g' + f' \cdot g \quad 4. \left(\frac{T}{N} \right)' = \frac{N \cdot T' - T \cdot N'}{N^2}$$

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Matematiska vetenskaper

Håkan Blomqvist

PRIMITIVA FUNKTIONER

Potensfunktioner: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$

Logaritmfunktioner: $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, \quad \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$

Exponentialfunktioner: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1), \quad \int e^x dx = e^x + C$

Trigonometriska funktioner: $\int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \cos x dx = \sin x + C$

$$\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{-\sin x}{\cos x} dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \ln|\sin x| + C$$

Viktiga resultat för arcusfunktionerna:

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0). \text{ Speciellt för } a=1: \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0). \text{ Speciellt för } a=1: \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \arcsin x + C$$

TRIGONOMETRISKA FORMLER

$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$	$\sin(-x) = -\sin x, \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x$
$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$	$\tan(-x) = -\tan x, \quad \arctan(-x) = -\arctan x$
$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$	OBS! $\cos(-x) = \cos x, \quad \arccos(-x) = \pi - \arccos x$