

Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2009-08-26

1. Lös ekvation resp olikhet.

a) $x = \sqrt{1 - 2x}$ b) $x - 4 > \frac{3x - 9}{x + 1}$ (5p)

2. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{2}}{x^2 - 2x}$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x + 2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ (6 p)

3. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x + 3}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6p)

4. a) Funktionen $y = y(x)$ defineras av sambandet $y^3 + y = x$. Beräkna $y(2)$, $y'(2)$, $y''(2)$, genom att derivera sambandet en resp två gånger med avseende på x .

b) En axelparallell rektangel har sitt nedre vänstra hörn i origo och sitt övre högra hörn på kurvan $y = 4 - x^2$ (i första kvadranten således). Bestäm största möjliga arean för rektangeln. (8p)

5. Lös differentialekvationerna.

a) $x y' - y = x^3$ (5p)

b) $y'' + 9y = x^2 + x$. (5p)

6. Beräkna integralerna.

a) $\int (x^2 + 2) \sin(2x) dx$ (5p)

b) $\int_3^\infty \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$. (5p)

7. Formulera och bevisa differentialkalkylens medelvärdessats. (5p)