

Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2007-08-24

Kursnummer: LMA223

Poäng: 5,0

Skrivtid: 08.30 – 12.30.

Hjälpmedel: Inga.

Examinator: R. Andersson, tel. 070 – 7182685.

Åberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.

Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 100x^4}{1 + 2x^2 - x^5}$ b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{3x - 4\sqrt{x+5}}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{\sin^2 x}$ (6 p)

2. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = x - \arctan 2x$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6 p)

3. Visa att funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ har en invers ϕ för alla x samt beräkna $\phi\left(\frac{1}{2}\right)$, $\phi'\left(\frac{1}{2}\right)$ och $\phi''\left(\frac{1}{2}\right)$. (6 p)

4. Låt $f(x) = \arctan \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} - \arcsin \sqrt{1-x^2}$. Ange funktionens definitionsområde samt lös ekvationen $f(x) = 0$. (6 p)

5. Lös differentialekvationerna a) $y' + x^2 y = x^2$ (4 p)

b) $y'' + 3y' + 2y = xe^{-x}$ (5 p)

6. Beräkna den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)(x^2+2x+5)} dx$ (6 p)

7. Formulera och bevisa formeln för partiell integration (obest. integral). (5 p)

8. Härled derivatan av $\sin x$. (6 p)