

Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2010-01-13

1. Lös ekvation resp olikhet.

a) $\sqrt{x^2 + 5} = 1 - 2x$ b) $\frac{x}{x-1} < 1 + \frac{6}{x+1}$ (5p)

2. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 2x + 1}{x - 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$ (6 p)

3. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6p)

4. a) Funktionen $y = y(x)$ definieras av sambandet $y^3 + e^y = x^3$. Beräkna $y(1)$, $y'(1)$, $y''(1)$, genom att derivera sambandet en resp två gånger med avseende på x .

b) Vilken punkt på kurvan $y = 4 - x^2$, $x \geq 0$ är närmast origo? (8p)

5. Lös differentialekvationerna.

a) $\sqrt{x} y' - y = \sqrt{x}$ (5p)

b) $y'' - 4y = 2e^{3x}$. (5p)

6. Beräkna integralerna.

a) $\int 2x \ln(x^2 + 2) dx$ (5p)

b) $\int_1^\infty \frac{t+2}{t^3+t} dt$. (5p)

7. Formulera och bevisa sambandet mellan arean under grafen till en funktion $y = f(x) \geq 0$ och en primitiv funktion till denna. (5p)