

Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2008-03-10

Kursnummer: LMA223

Poäng: 10,5

Skrivtid: 08.30 – 12.30.

Hjälpmedel: Inga.

Examinator: R. Andersson, tel. 772 35 76.

Åberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.

Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x + 1}{2x + x^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x}$ (6 p)

2. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6 p)

3. Visa att funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$ har en invers ϕ för alla x , samt beräkna $\phi(2)$, $\phi'(2)$ och $\phi''(2)$. (6 p)

4. Lös differentialekvationerna a) $xy' - 2y = x^3 e^x$ (4 p)

b) $y'' + 3y' + 2y = (x + 1)e^{-x}$ (5 p)

5. Beräkna den generaliserade integralen $\int_2^{\infty} \frac{2x - 4}{(2x + 1)(x^2 + 1)} dx$ (6 p)

6. Låt $f(x) = \arcsin \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} - 2 \arctan x$. Ange funktionens definitionsområde samt lös ekvationen $f(x) = 0$. (6 p)

7. Formulera och bevisa medelvärdesatsen. (Då Rolles sats används skall även den formuleras.) (6 p)

-
8. Visa att om $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$, så kan varje primitiv funktion till $f(x)$ skrivas $F(x)+C$ där C är en konstant.

(5 p)