

Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2007-03-14

Kursnummer: LMA223

Poäng: 5,0

Skrivtid: 14.00 – 18.00.

Hjälpmedel: Inga.

Examinator: R. Andersson, tel. 772 35 76.

Åberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.

Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x + 5}{4x^3 + 4x^2 + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 4x}$ (6 p)

2. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6 p)

3. Visa att funktionen $f(x) = x^5 - 10x^3 + 45x + 1$ har en invers ϕ för alla x , samt beräkna $\phi(1)$, $\phi'(1)$ och $\phi''(1)$. (6 p)

4. Låt $f(x) = \arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \arccos 2x$.
Ange funktionens definitionsområde samt lös ekvationen $f(x) = 0$. (6 p)

5. Lös differentialekvationerna a) $y' - xy = x$ (4 p)
 b) $y'' - 3y' + 2y = e^x + \sin x$ (5 p)

6. Beräkna den generaliserade integralen $\int_1^{\infty} \frac{x+4}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx$ (6 p)

7. Visa gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (6 p)

8. Formulera och bevisa satsen om derivatans värde i lokala maxim- och minimipunkter. (5 p)