Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2008-08-27

Kursnummer: LMA223 Poäng: 10,5 Skrivtid: 08.30 – 12.30.

Hjälpmedel: Inga. Examinator: R. Andersson, tel. 070 – 718 2685.

Åberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.

Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

---

1. Beräkna följande gränsvärden

   a) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^4 - x^3 + 4}{5x^3 - x^2 + x^4}$ b) $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{4+x}} - \frac{1}{2}}{x}$ c) $\lim_{x\to 0} \frac{3x}{\tan 5x}$ (6 p)

   ---

2. Konstruera grafen till funktionen $f(x) = \frac{(x-1)(x^2+2)}{x^2}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6 p)

---

3. Visa att funktionen $f(x) = 3x^7 + x^3 + 1$ har en invers ϕ för alla x samt beräkna $\phi(5)$, $\phi'(5)$ och $\phi''(5)$. (6 p)

   ---

4. Låt $f(x) = \arctan 5x - \arcsin 3x$. Ange funktionens definitionsområde samt lös ekvationen $f(x) = 0$. (6 p)

   ---

5. Lös differentialekvationerna a) $y' + xy = 2x$ (4 p)

   b) $y'' - 3y' + 2y = (30x - 71)e^{-4x}$ (5 p)

   ---

6. Beräkna den generaliserade integralen $\int_2^\infty \frac{2x-4}{(2x+1)(x^2+1)}dx$ (6 p)

   ---

7. Definiera $\arcsin x$ och härled dess derivata (5 p)

   ---

8. Visa gränsvärdet $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (6 p)