Uppgift 1. Följande ekvation uppstår i flera tekniska tillämpningar, bl.a. i hållfasthetsläran vid Eulers tredje knäckningsfall

$$f(x) = \tan(x) - x = 0$$

Beräkna de tre minsta positiva lösningarna. Använd Newtons metod.

Formulera en mer lätthanterlig ekvation med samma lösningsmängd. Använd Newtons metod även på detta problem.

Uppgift 2. Ljudnivån L (i decibel) på avståndet r meter från en ljudkälla ges av formeln

$$L = L_0 - 20\,{}^{10}\log(r) - \beta r$$

där L_0 är ljudnivån 1 meter från ljudkällan och β är en parameter som anger hur ljudet försvagas då det går genom luften.

Beräkna för $L_0 = 80$ dB det avstånd där ljudnivån är 20 dB då $\beta = 1.15 \times 10^{-3}$. Använd `fzero`.

Uppgift 3. En lång stång upphettas momentant vid tiden $t = 0$ i mittpunkten. Med denna punkt i $x = 0$ och x-axeln utmed stången bestäms temperaturen $T(x,t)$ för $t > 0$ av uttrycket

$$T(x,t) = \frac{C}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{kt}\right)$$

där parametrarna $k = 5.17$ och $C = 28.3$ beror av värmeledningsförmågan respektive den tillförda värmen.

Beräkna under hur lång tid som temperaturen vid $x = 1$ överstiger 20°. Använd `fzero`.

Uppgift 4. Beräkna integralen

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

Integranden är ju singulär, vilket ger oss problem. Formulera en annan mer lätthanterlig integral som har samma värde som den ursprungliga. Beräkna den senare med `integral`.

Uppgift 5. Rita graferna av Fresnelintegralerna (uppstår bl.a. i samband med studiet av ljusdiffraktion)

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)dt, \qquad S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right)dt$$

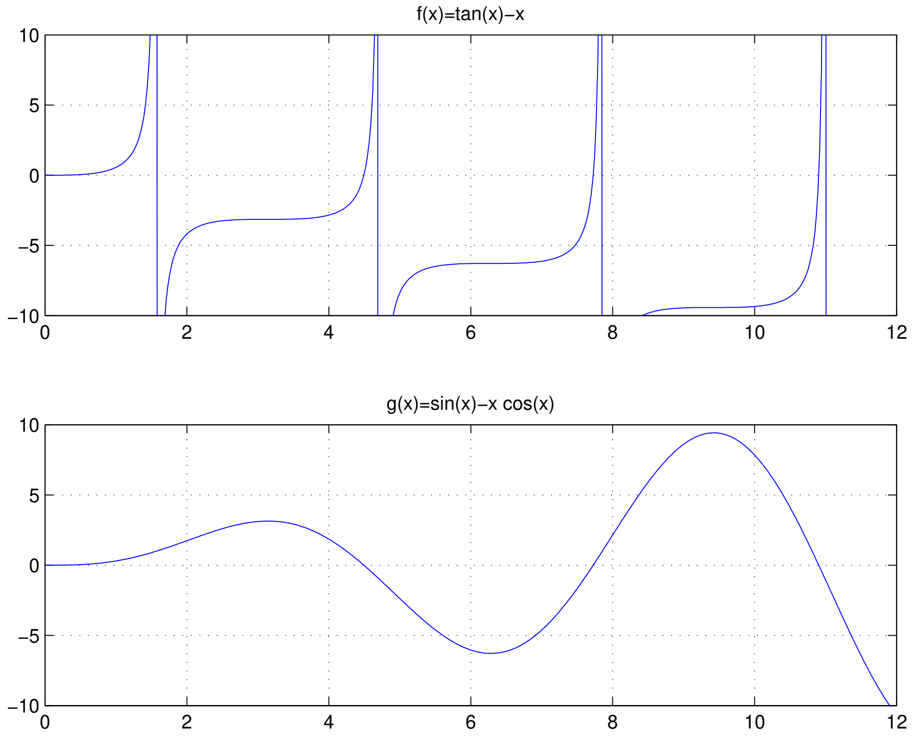
för $0 \le x \le 5$.

Använd `integral` på ett förståndigt sätt så att beräkningarna blir så effektiva som möjligt.

Fresnelintegralerna finns även som färdiga funktioner i MATLAB och heter då `fresnelc` respektive `fresnels`.

Uppgift 1.

```
>> x=linspace(0,12,500);
>> f=@(x)tan(x)-x; Df=@(x)tan(x)^2;
>> plot(x,f(x)), axis([0 12 -10 10]), grid on
```



Newtons metod

```
>> kmax=10; tol=0.5e-4;
>> x=4.5;  % startapproximation
>> for k=1:kmax
       d=-f(x)/Df(x);
       x=x+d;
       if abs(d)<tol, break, end
   end
x =
    4.4934
```

Lösningar till $f(x) = 0$ kommer ligga ganska nära lodräta asymptoter. Vi kan istället lösa $g(x) = 0$, där $g(x) = \sin(x) - x\cos(x)$. I figuren ovan har vi ritat grafen.

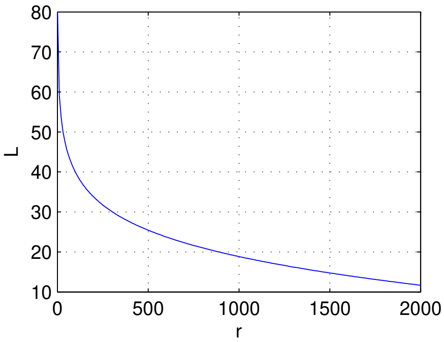
```
>> x=linspace(0,12);
>> g=@(x)sin(x)-x.*cos(x); Dg=@(x)x*sin(x);
>> plot(x,g(x)), axis([0 12 -10 10]), grid on
```

Newtons metod

```
>> kmax=10; tol=0.5e-4;
>> x=8;  % startapproximation
>> for k=1:kmax
       d=-g(x)/Dg(x);
       x=x+d;
       if abs(d)<tol, break, end
   end
x =
    7.7253
```

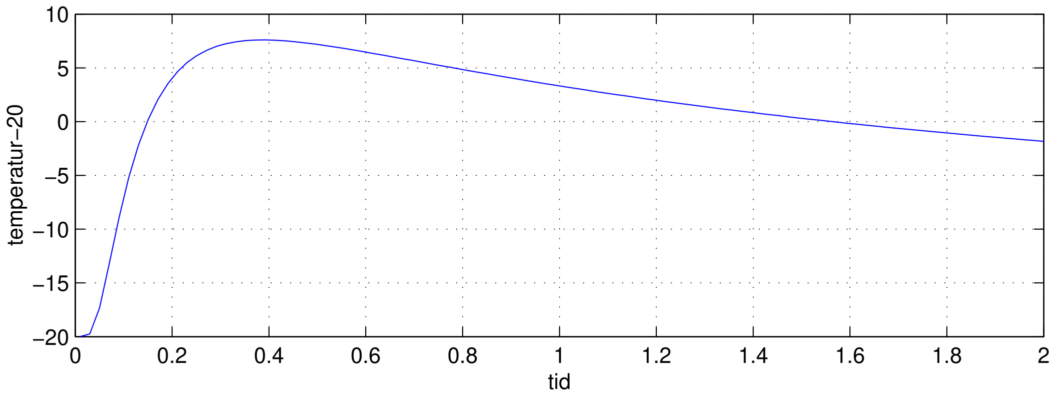
Uppgift 2.

```
>> L=@(r)80-20*log10(r)-1.15e-3*r;
>> r=linspace(1,2000,200);
>> plot(r,L(r)), xlabel('r'), ylabel('L')
>> grid on
>> f=@(r)L(r)-20;
>> p=1000;
>> avst=fzero(f,p)
avst =
  888.9647
```



Uppgift 3. Vi skapar en beskrivning av vår funktion och ritar graf med

```
>> k=5.17; C=28.3; x=1; T0=20;
>> f=@(t)C./sqrt(t).*exp(-x^2./(k*t))-T0;
>> t=linspace(0.01,2,100); plot(t,f(t)), grid on
>> xlabel('tid'), ylabel('temperatur-20')
```



Sedan läser vi in startapproximationer samt finjusterar dessa med

```
>> [t0,y]=ginput(1); t0=fzero(f,t0);
>> [t1,y]=ginput(1); t1=fzero(f,t1);
>> tiden=t1-t0
tiden =
   1.4145
```

Uppgift 4. Om vi låter $x = \sin(t)$ övergår integralen i $\int_0^{\pi/2} \sin(\sin(t))\,dt$ som beräknas enligt

```
>> q=integral(@(t)sin(sin(t)),0,pi/2)
q=
   0.8932
```

Uppgift 5. Vi utnyttjar att $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$ om $a \le c \le b$.

```
n=200;
x=linspace(0,5,n);
C=zeros(size(x)); S=zeros(size(x));
for k=2:n
    C(k)=C(k-1)+integral(@(t)cos(pi/2*t.^2),x(k-1),x(k));
    S(k)=S(k-1)+integral(@(t)sin(pi/2*t.^2),x(k-1),x(k));
end
subplot(2,1,1), plot(x,C,x,S,'r'), title('Fresnels integraler')
text(0.2,0.6,'C(x)'), text(1,0.3,'S(x)'), xlabel('x')
subplot(2,2,3), plot(C,S), axis equal, title('Cornus spiral')
xlabel('C(x)'), ylabel('S(x)')
```