

LMA400 Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. (a) Härled (bevisa) deriveringsregeln för $\arcsin x$. (3p)

- (b) Bestäm tangenten till kurvan $y \cos x = 1 + \sin(xy)$ i punkten $(0; 1)$. (3p)

3. (a) Låt f vara kontinuerlig på det slutna intervallet $[a, b]$. Använd huvudsatsen för att bevisa insättningsformeln (3p)

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

där F är en primitiv till f .

- (b) Låt D vara det område som begränsas av $0 \leq y \leq \sin^3 x$ och $0 \leq x \leq \pi$. Beräkna arean av D . Rita figur! (3p)

4. Rita grafen till $f(x) = \frac{1}{2x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$. Ange speciellt eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. Ta också reda på var funktionen är konvex och konkav (concave up/down). (6p)

5. Då dagsljuset tränger ner i en sjö avtar ljusets intensitet $I(x)$ med djupet x under vattenytan enligt Lamberts lag: (4p)

$$\frac{dI}{dx} = -kI$$

där k är en positiv konstant. Bestäm funktionen $I(x)$ om ljusintensiteten är $I(0) = I_0$ vid ytan och $I(1) = 0.4I_0$ på 1 meters djup.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) $\int_0^\pi e^{\sin x} dx = -2$ (1p)

(b) $F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{1+t^2}} dt$ är en växande funktion. (1p)

(c) Funktionen $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, antar bara två värden. (2p)

7. Utgå ifrån definitionen av talet e d.v.s. att (4p)

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

och visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

8. På en båge av ellipsen med ekvationen $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1$ som ligger i första kvadranten väljs en punkt A . Vilken är den största area triangeln med hörn i punkterna A , $B = (0, 1)$ och $C = (2, 0)$ kan anta? (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA400 Matematisk Analys 150827	sid.nummer 1	Poäng
------------	---------------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna derivatan av $\frac{1}{(f(x))^2 + 1}$ i punkten $x = 4$, då $f(4) = 1$, $f'(4) = -4$. (3p)

Lösning:

Svar:

(b) Beräkna integralen $\int \frac{x+1}{x^2-x} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräknagränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 + \ln x)}{\ln x^2}$. (3p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} te^{-t} dt$. (3p)

Lösning:

Svar:

(e) Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + y = x^2$. (4p)

Lösning:

Svar: