

LMA400 Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (13p)

2. (a) Bevisa formeln för partiell integration (3p)

$$\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx.$$

- (b) Bestäm alla primitiva funktioner till $f(x) = x^2 \sin(x^3)$. (2p)

3. (a) Formulera medelvärdessatsen för derivator. (2p)

- (b) Finns det en funktion f sådan att $f(2) = 1$, $f(4) = 3$ och $f'(x) > 1$ för alla x . (2p)

4. Bestäm definitionsområdet och värdemängden till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x} + \arctan x$. (6p)

5. Beräkna den generaliserade integralen $\int_2^{\infty} \frac{x-8}{x^3+4x} dx$. (4p)

6. (a) Lös differentialekvationen $x^2 y' = y + 1$ med lösningsmetoden för linjära differentialekvationer av första ordningen. (3p)

- (b) Lös differentialekvationen $x^2 y' = y + 1$ med lösningsmetoden för separabla differentialekvationer. (3p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.

(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om f är en strängt växande funktion definierad för alla reella tal, så måste $f(x) \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$. (1p)

(b) Om f är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$ och $f(x) \geq 0$ så är $\int_a^b \sqrt{f(x)} dx = \sqrt{\int_a^b f(x) dx}$. (1p)

(c) Summan $\sum_{i=1}^n \frac{n}{n^2 + i^2}$ kan betraktas som en Riemannsumma till integralen $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$. (2p)

8. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$. (4p)

9. En rektangel och en liksidig triangel läggs intill varandra så att en femhörning uppstår. (4p)
Om femhörningens area är A , vilken är då den minsta omkrets som femhörningen kan ha?

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA400 Matematisk Analys 151015	sid.nummer 1	Poäng
------------	---------------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (b) Bestäm inversa funktionen till funktionen $f(x) = x^2 - 4x$ definierad för $x \leq 2$, och ange inversens definitionsmängd. (3p)

Lösning:

Svar:

- (c) Beräkna översumman R_3 till integralen $\int_0^1 x^2 dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (d) Beräkna integralen $\int \frac{e^x}{e^{2x} + e^x - 2} dx$. (4p)

Lösning:

Svar: