

LMA400 Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)
2. (a) Formulera satsen om största och minsta värde. (2p)
(b) Undersök om funktionen $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ antar något största eller minsta värde. Ange i så fall dessa. (3p)
(c) Har f några asymptoter? Ange i så fall dessa! (1p)
3. Låt D vara det område som begränsas av kurvorna

$$y = \frac{8}{x+2}, \quad x \geq 0 \quad \text{och} \quad y = x, \quad x \geq 0$$

och y -axeln.

- (a) Beräkna arean av området D . Rita figur! (3p)
- (b) Beräkna volymen av den kropp som bildas då området D roterar kring y -axeln. (3p)
4. Rita grafen till funktionen $f(x) = e^{-x^2} \sqrt{4x^2 + 1}$. Ange alla eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. Du behöver inte utreda var kurvan är konvex/konkav. (6p)
5. En rak cirkulär cylinder har volymen V . Bestäm radien och höjden, så att cylinder får så liten area som möjligt. (4p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.

(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Om f är två gånger deriverbar och har ett lokalt maximum i $x = 0$, så måste gälla att $f''(0) < 0$. (1p)

(b) $\int_0^1 \sin(x^2) dx < \frac{1}{2}$. (1p)

(c) Funktionen $F(x) = \int_0^{x^2-2x} \frac{1}{1+t^4} dt$ har ett minsta värde för $x = 1$. (2p)

7. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + e^x)^{1/x}$. (4p)

8. Låt $f(x) = x^3 + x$. Beräkna $\int_2^{10} f^{-1}(x) dx$. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA400 Matematisk Analys 151014	sid.nummer 1	Poäng
------------	---------------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\int x^2(x^3 + 2)^7 dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(b) Beräkna integralen $\int \frac{1}{x^2 + 7x + 12} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Lös begynnelsevärdesproblemet differentialekvationen $y'' + 6y' + 9y = 0$ med $y(0) = 1$ och $y'(0) = 1$. (3p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna integralen $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin 2x dx$, samt gör en geometrisk tolkning av resultatet. (4p)

Lösning:

Svar:

(e) Lös differentialekvationen $xy' + 2y = \ln x, x > 0$. (4p)

Lösning:

Svar: