

LMA400 Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. (a) Skriv ner definitionen av vad som menas med att den generaliserade integralen $\int_a^\infty f(x) dx$ är konvergent. (2p)
- (b) Avgör för var och en av följande generaliserade integraler om de är konvergenta eller divergenta(motivera ditt svar!). (2p)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int_0^{12} \frac{1}{x-2} dx$$

3. (a) Formulera Rolles sats och ge en intuitiv motivering av satsen genom att rita en figur. (3p)
- (b) Undersök om funktionen $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ har några lokala max- eller minpunkter. Avgör också i vilka intervall f är konvex respektive konkav. (3p)

4. Funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 2x}$ är given.

- (a) Undersök om f har några asymptoter. (2p)
- (b) Undersök om f har några lokala max- eller minpunkter. (2p)
- (c) Skissera grafen till f . (1p)

5. Beräkna integralen $\int_1^\infty \frac{2}{x^3 + x} dx$. (4p)

6. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området givet av $0 \leq y \leq \arctan x$ och $0 \leq x \leq 1$ roteras ett varv kring linjen $x = 2$. (4p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.

(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Det finns en funktion f som har en inflexionspunkt i $x = 0$, men där $f''(0)$ ej existerar. (2p)

(b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$ är konvergent. (2p)

8. I en punkt på kurvan $y = 3 - \sqrt{x}$, i första kvadranten, dras tangenten. Denna bildar tillsammans med koordinataxlarna en triangel i första kvadranten. Vilken är den största area som denna triangel kan ha? (4p)

9. En vattentank, som har formen av en rak cirkulär cylinder, töms på vatten genom ett hål i botten. Efter 1 timme har vattennivån i tanken sjunkit från 5 meter till 2 meter. Hur lång tid tar det innan tanken är tömd? Antag att utströmningshastigheten (= Volymändring per tidsenhet) är proportionell mot kvadratroten av vattennivån (Torricellis lag). (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA400 Matematisk Analys 150414	sid.nummer 1	Poäng
------------	---------------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna integralen $\int \frac{3}{2x^2 + 4} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(b) Beräkna integralen $\int \frac{x}{x^2 + 5x + 6} dx$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \cos^3 x$. (3p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{12x^2 - 4}}{x - 4}$. (3p)

Lösning:

Svar:

(e) Visa att $\frac{1}{17} \leq \int_1^2 \frac{1}{1+x^4} dx \leq \frac{1}{2}$. (3p)

Lösning:

Svar: