Inlämningsuppgifter till 22/9 version 1.

Lösningar av Petter Johansson.

$f(x)=|x|$, $g(x)=x^3-5x^2-22x-16$, $h(x)=x/2$

1) $goh(x) = g(x/2) = (x/2)^3-5(x/2)^2-22(x/2)-16$

$= x^3/8 - \frac{5}{4}x^2 - 11x - 16.$

2) $fogoh(x) = f(goh(x)) \overset{\text{enl. 1)}}{=\!=} |x^3/8 - \frac{5}{4}x^2 - 11x - 16|.$

3) • h är def. på hela $\mathbb{R}$. g är också def. på hela $\mathbb{R}$, speciellt på h:s värdemängd, så goh har def.mgd $\mathbb{R}$. f är också def. på hela $\mathbb{R}$, speciellt på goh:s värdemgd så <u>fogoh har def mgd $\mathbb{R}$.</u>

• h:s värdemgd är $\mathbb{R}$ så goh har samma värdemgd som g, vilken även denna är $\mathbb{R}$. Därför är fogoh:s värdemgd samma som f:s, dvs $[0, \infty)$.

4) Grafen för fogoh skär y-axeln i punkten $(0, fogoh(0))$.

$fogoh(0) = fog(0) = f(-16) = |-16| = 16.$

Alltså skärs y-axeln i $(0,16)$.

VGV

4) forts Grafen för $f \circ g$ och skär x-axeln för de x-värden för vilka $f \circ g \circ h(x) = 0 \Leftrightarrow g \circ h = 0$.

Låt oss först kolla för vilka x $g(x) = 0$.

$g(-1) = -1 - 5 + 22 - 16 = 0$.

Enligt faktorsatsen är därför $g(x) = (x+1)q(x)$, där $q(x)$ erhålls genom polynomdivision:

$$q(x) = x^2 - 6x - 16$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 - 22x - 16 & x+1 \\ -(x^3 + x^2) & \\ \hline -6x^2 - 22x - 16 & \\ -(-6x^2 - 6x) & \\ \hline -16x - 16 & \\ -(-16x - 16) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$q(x)$ är ett andragradspol. med nollställen -2 o 8.

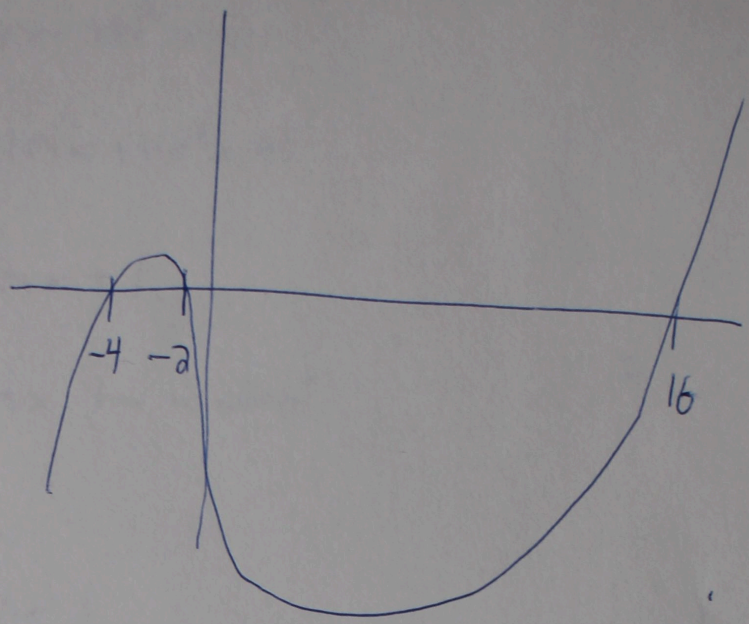
Alltså har $g(x)$ nollställena $-1, -2$ o 8

o $g \circ h(x) = 0 \Leftrightarrow g(x/a) = 0$ så

$g \circ h(x)$ har nollställena $-2, -4$ o 16.

$g \circ h$ är ett tredjegradspol. med positiv 3:egradskoefficient o har alltså graf av typ

vänd



Alltså har fogoh graf i stil med

