2 $0 = \cos 2x - \frac{5}{2}\cos x + \sin^2 x + 1$

$= \cos^2 x - \sin^2 x - \frac{5}{2}\cos x + \sin^2 x + 1$

$= \cos^2 x - \frac{5}{2}\cos x + 1.$

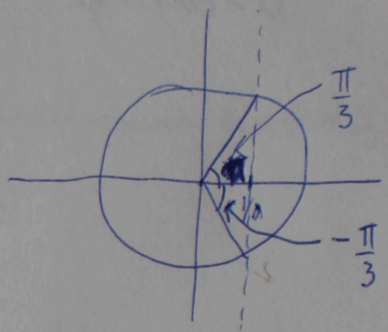
Sätter vi $t = \cos x$ har vi alltså

$t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad t = 2$ eller $\frac{1}{2}$.

Men $\cos x \neq 2$ för alla x så

$\cos x = 1/2.$



Alltså är $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, se bild.

3 $e^{-3\ln x} < 8$ bara meningsfullt om $x > 0$

$\Leftrightarrow e^{\ln(x^{-3})} < 8$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x^3} = x^{-3} < 8.$

$\overset{x>0}{\Longleftrightarrow} 1 < 8x^3$

$\Longleftrightarrow \frac{1}{8} < x^3$

$\Longleftrightarrow \frac{1}{2} < x$

Version 2

Låt $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$. Vi verifierar kraven:

Def.mgd: $\frac{x+1}{x-1}$ är definierad o positiv på $]-1,1[$, så $f(x)$ definierad på $]-1,1[$.

Värdemgd: $\frac{x+1}{x-1}$ är godtyckligt nära 0 om man väljer x tillräckligt nära -1, o godtyckligt stort om man väljer x tillräckligt nära 1. Funktionen är kontinuerlig (grafen gör inga "hopp") så värdemgden är $]0,\infty[$. Därför är värdemgden för $\ln \frac{x+1}{x-1}$ R.

Udda: $f(-x) = \ln\left(\frac{-x+1}{-x-1}\right) = \ln \frac{x-1}{x+1}$

$= \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{-1} = -\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = -f(x)$.