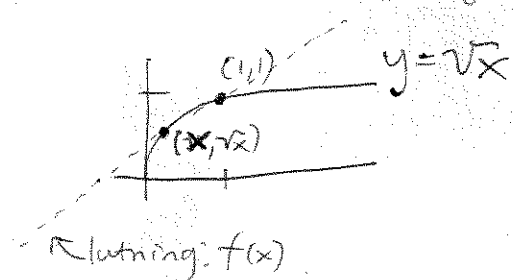


Inlämningsuppgifter till 5/10 version 2,

Lösningar

1)



Låt $f(x)$ = lutningen av sekanten genom $(x, \sqrt{x})$ & $(1, 1)$.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}, \quad x \neq 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Alltså ges tangenten av $y = \frac{x}{2} + m$ för något $m \in \mathbb{R}$.

$(1, 1)$ ligger på tangenten så $1 = \frac{1}{2} + m$

$$\Leftrightarrow m = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ så}$$

tangenten ges av $\boxed{y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}}$.

2) $\log_{e^{-2}} e^a$ = det tal y för vilket

$$e^{-2y} = (e^{-2})^y = e^a, \text{ dvs } (x \mapsto e^x \text{ är injektiv})$$

$$-2y = a, \text{ dvs}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{a}{2}}}$$

$$3) f: [\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos x$$

$$x \in [2\pi, 3\pi] \Rightarrow x - 2\pi \in [0, \pi]$$

$$\text{so } y = f(x) = \cos x = \cos(x - 2\pi)$$

$$\Rightarrow \text{arccos } y = x - 2\pi$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x = \arccos y + 2\pi = f^{-1}(y)}}$$