

LMA515 Matematik KI, del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2011 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)
2. (a) Bevisa att om F och G är två primitiva funktioner till f på I , så gäller att $G(x) = F(x) + C$ för alla x i I . (2p)
(b) Beräkna integralen $\int_1^2 x \ln x \, dx$. (2p)
3. (a) Definera begreppet lokalt maximum. Rita figur! (3p)
(b) Finn samtliga lokala extrempunkter samt största och minsta värde till funktionen $f(x) = \sin^2 x$ på intervallet $(-\pi, \pi)$. (6p)
4. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = \sin 2x$, positiva x -axeln och de vertikala linjerna $x = \frac{\pi}{6}$ och $x = \frac{\pi}{2}$. Rita figur! (4p)
5. Beräkna integralen $\int_1^\infty \frac{2}{x^3 + x} dx$. (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Skissera grafen till $y = \arcsin x$ och härled ett uttryck för derivatan till $\arcsin x$. (3p)

7. Konstruera kurvan $y = \arctan x - \arctan \frac{1}{x}$ med angivande av definitionsmängd, eventuella lokala max- och minpunkter, samt asymptoter. (5p)

8. I ett nyvädrat rum med volymen 120 m^3 börjar några personer att röka. Röken sprider sig i en takt av $0.01 \text{ m}^3/\text{min}$ och den välblandade rökluften lämnar rummet i samma takt och ersätts med ren luft genom ventilation med samma takt $0.01 \text{ m}^3/\text{min}$. Röken innehåller 4% av den hälsovådliga gasen CO . Bestäm halten av gasen CO som funktion av tiden. Efter hur lång tid nås det hälsovådliga värdet 0.012%? (4p)

Lycka till!

Jonny L

Anonym kod	LMA515 Matematik KI, del B 111215	sid.nummer 1	Poäng
------------	-----------------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Lös differentialekvationen $y'' - 3y' - 4y = 0$.

(2p)

Lösning:

Svar:

(b) Ange samtliga asymptoter till kurvan $y = \frac{x^2 - x + 1}{2x + 1}$.

(4p)

Lösning:

Svar:

(c) Beräkna integralen $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$.

(3p)

Lösning:

Svar:

(d) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{x^2 - 1}$.

(3p)

Lösning:

Svar:

(e) Lös begynnelsevärdesproblemet $\begin{cases} 2xyy' = 1 + y^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$

(4p)

Lösning:

Svar: