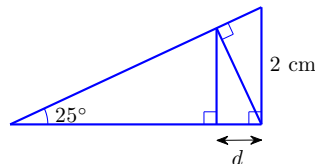
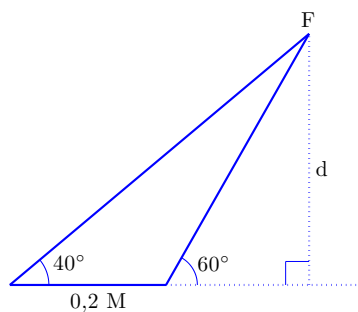


Övningstenta 2, Nautisk matematik LNC022

- För vilken eller vilka vinklar x mellan 0° och 180° är $\sin x = 0,555$?
 - För vilken eller vilka vinklar x mellan 0° och 180° är $\cos x = -0,444$?
 - Om man kör 100 m uppför en väg med lutningsvinkeln 7° , hur mycket ökar höjden?
- Följande vektorer är givna i koordinatform i en ON-bas: $\mathbf{a} = (3, 4)$, $\mathbf{b} = (-1, 1)$, $\mathbf{c} = (2, -5)$.
 - Beräkna längden av vektorn $\mathbf{a} + 2\mathbf{b} - \mathbf{c}$.
 - Beräkna skalärprodukten $\mathbf{b} \bullet \mathbf{c}$.
 - Beräkna vinkeln mellan $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$.
- I en triangel är två av sidorna 6 cm och 11 cm, och vinkeln som står mot den kortare av dessa sidor är 30° . Hur lång är den tredje sidan?
- Beräkna sträckan d i figuren nedan.



- I en sfärisk triangel ABC är $a = 100^\circ$, $c = 99^\circ$, $C = 90^\circ$. Beräkna återstående vinklar och sidor (b , A och B).
- Från ett fartyg som håller stadig kurs mäter man från två punkter upp vinkeln mellan sin kurs och riktningen till en fyr F , resultatet framgår av figuren. Mellan mättpunkterna har man tillryggelagt 0,20 M. Beräkna det minsta avståndet d till fyren om kursen hålls.



- Ett fartyg håller $fgv=9,0$ knop med kursen $kgv=220^\circ$. För strömmen gäller $fs=2,0$ knop och $ks=340^\circ$. Bestäm fartygets fart (fög) och kurs (kög) över grund.
- Jordbävningen kring Valdivia i Chile 22/5 1960 hade den hittills högsta uppmätta magnituden av alla jordbävningar. Dess epicentrum var i havet på latitud $38,24^\circ S$, longitud $73,05^\circ W$. 22 timmar senare drabbades bland annat staden Ofunato i Japan av en tsunami som utlösts av den chilenska jordbävningen. Denna ort har latitud $39,07^\circ N$ och longitud $141,72^\circ E$. Beräkna tsunamins medelfart på sin väg över Stilla Havet (knop eller km/h) då man antar att den följt kortaste vägen genom havet mellan dessa platser. (Observera att longituderna $180^\circ E$ och $180^\circ W$ sammanfaller!)

Svar:

- $33,7^\circ$ och $146,3^\circ$
 - $116,4^\circ$
 - $100 \sin 7^\circ \text{ m} \approx 12,2 \text{ m}$
- $\sqrt{122} \approx 11,0$
 - -7
 - $81,9^\circ$
- Två möjligheter: $11,9 \text{ cm}$ eller $7,1 \text{ cm}$.
- $d \approx 0,766 \text{ cm}$
- $b \approx 25,7^\circ$, $A \approx 94,4^\circ$, $B \approx 26,1^\circ$
- $0,33 \text{ M}$
- fög är $8,2 \text{ knop}$, kög är 232° .
- 417 knop eller 773 km/h . (Sträckan är 9180 M eller 17002 km , nästan ett halvt varv runt jorden.)

Formelblad

Trigonometri

Pythagoras sats:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Vektorer

Längden av en vektor i koordinatform (ON-bas):

$$\mathbf{v} = (x, y), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$\mathbf{v} = (x, y, z), \quad |\mathbf{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform (ON-bas):

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{i 2 dimensioner})$$

$$(x_1, y_1, z_1) \bullet (x_2, y_2, z_2) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (\text{i 3 dimensioner})$$

Sfärisk trigonometri

Sfäriska sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

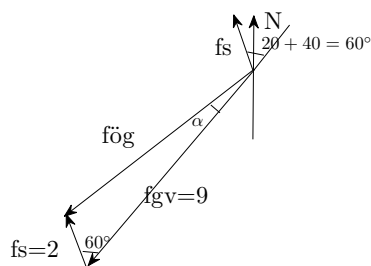
Sfäriska cosinussatsen:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\text{Om } C = 90^\circ : \quad \cos c = \cos a \cos b \quad (\text{Pythagoras sats})$$

Korta lösningstips

- 1.
- 2.
- 3.
4. Använd sinus eller cosinus i rätvinkliga trianglar.
5. Använd sfäriska cosinussatsen hela tiden! (Sinussatsen ger ju två vinklar att välja mellan, och det blir svårt att välja rätt.)
6. Jämför dugga 2!
7. Rita strömtriangeln:



De givna kurserna ger oss en triangelvinkel 60° . Använd cosinussatsen för att få f_g . Därefter sinussatsen för vinkeln α . $k_g = k_{gv} + \alpha$.

8. Sfärisk triangel ABC med A =Ofunato, B =epicentrum i Chile, C =nordpolen. Då är vinkeln C =longituddifferensen, som är $C = (180^\circ - 141,72^\circ) + (180^\circ - 141,72^\circ) = 145,23^\circ$. Sidorna är $a = 90^\circ + 38,24^\circ = 128,24^\circ$ och $b = 90^\circ - 39,07^\circ = 50,93^\circ$. Man kan nu beräkna sidan c (mellan A och B) med sfäriska cosinussatsen. Då får man $c \approx 153,00^\circ$, vilket motsvarar $60 \cdot 153,00 = 9180,1$ M eller $1.852 \cdot 9180,1 = 17002$ km.