

Svar och korta lösningstips till tenta för LNC022, 2014-01-15:

1. (a) $101,5^\circ$

Ta supplementvinkeln till räknarens svar, dvs $180^\circ - \arcsin 0,98$

- (b) $36,9^\circ$ och $53,1^\circ$

Använd t. ex. $\tan v = \frac{3}{4}$ för den mindre vinkeln, återstår $w = 90^\circ - v$.

- (c) 72 cm

Använd Pythagoras sats!

2. (a) 25

Beräkna vektorn i koordinatform: $\mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c} = (7, -24)$. Dess längd är $\sqrt{7^2 + (-24)^2} = 25$.

- (b) 30

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = (-7, 8) \bullet (14, 16) = -7 \cdot 14 + 8 \cdot 16 = 30.$$

- (c) $82,4^\circ$

Använd $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos \alpha$, lös ut $\cos \alpha$, använd (b) och beräkna längderna $|\mathbf{a}| = \sqrt{113}$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{452}$.

3. $2 \sin 25^\circ \cos 25^\circ \approx 0,766 \text{ cm}^2$

Längsta sidan (som vi tar som bas) blir $2 \sin 25^\circ$, höjden mot denna blir $2 \cos 25^\circ$ (vinkeln 25° återfinns ju i den lilla högra deltriangeln). Arealen är basen ggr höjden genom två.

4. 108 cm^2

Vinkeln 95° måste vara triangelns största vinkel och står därför mot längsta sidan 23 cm. Använd sinussatsen för att beräkna vinkeln ($55,38^\circ$) som står mot sidan 19 cm. Med vinkelsumman får man den tredje vinkel $29,62^\circ$, som ligger mellan sidorna 19 cm och 23 cm. Med dessa uppgifter får vi arean med areasatsen.

5. $106,9^\circ, 94,6^\circ, C \approx 89,4^\circ$.

Använd sfärsika cosinussatsen för var och en av de tre vinklarna, t.ex. $\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$, där $a = 107^\circ$, $b = 95^\circ$, $c = 88^\circ$.

6. (a) $f_s=2,7 \text{ knop}$, $k_s=44^\circ$

Strömtriangeln har vinkeln 7° mellan hastighetsvektorerna genom vatten och över grund. Motstående sida till denna vinkel är strömvektorn. Dess längd får man med cosinussatsen: $f_s^2 = 14^2 + 16^2 - 2 \cdot 14 \cdot 16 \cos 7^\circ$. Vinkeln α mellan sidorna som representerar strömmen och rörelsen över grund ger oss strömmens kurs: $k_s = k_{\text{ög}} - \alpha = 83^\circ - \alpha$. Med sinussatsen får vi $\alpha \approx 39^\circ$.

- (b) $f_{gv}=12 \text{ knop}$, $k_{gv}=99^\circ$

Rita en ny strömtriangel, där hastigheten över grund är rakt östlig 14 knop. Med bibehållen strömvektor får vi då en hastighetsvektor genom vatten som har kurs $> 90^\circ$ och är kortare än 14. Vinkeln där strömvektorn och övergrundvektorn möts är nu lika med kursdifferensen $k_{\text{ög}} - k_s$, som är känd. Cosinussatsen ger f_{gv} , sinussatsen ger sedan den triangelvinkel som utgör differensen mellan k_{gv} och $k_{\text{ög}}$.

7. (a) 4317 M

I den sfärsika triangeln ABC är C nordpolen, två av sidorna är $a = 90^\circ - 32^\circ$, $b = 90^\circ + 16^\circ$, vinkeln $C = 65^\circ - 9^\circ$. Med sfärsika cosinussatsen beräknas sidan $c \approx 71,95^\circ$, vilket motsvarar storcirkeldistansen $60c \approx 4317 \text{ M}$.

- (b) 312°

Utseglingskursen är $360^\circ - A$. A beräknas med sfärsika cosinussatsen enligt $\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$.

- (c) $4^\circ 30' \text{ S}$, $21^\circ 17' \text{ W}$

Om vi kallar den nya positionen för D , så ska vi koncentrera oss på den sfärsika triangeln ABD , i vilken vi redan känner sidorna $AD = \frac{10000}{60}$ och $AC = b$. Med sfärsika cosinussatsen får vi sidan CD , och latituden för positionen D är $90^\circ - CD$. Återstår att finna longituden. Vi vet då att longituddifferensen mellan A och D är vinkeln ACD (vid nordpolen mot sidan AD). Den kan nu beräknas med sfärsika cosinus- eller sinussatsen.

8. $\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sin 87^\circ}{\sin 52^\circ} \approx 1,27$

Med den tänkta skärningspunkten C (som skulle undvikas) mellan fartygskurserna och fartygens startpositioner A och B har vi den triangel som ska ge oss all nödvändig information. En sida är känd: $c = 5 \text{ M}$ (avståndet mellan fartygen), två vinklar kan bestämmas: $A = 133^\circ - 46^\circ = 87^\circ$ och $C = 46^\circ - 5^\circ = 41^\circ$ (rita och upptäck!), återstående vinkel blir $B = 52^\circ$. Med sinussatsen får vi sidan b , som är fartyget A :s väg till punkten C , och sidan a som är B :s väg. Om fartygen når C samtidigt, har de tillryggelagt dessa sidor på samma tid, vilket innebär att förhållandet mellan sträckorna också är förhållandet mellan farterna. Detta förhållande är alltså $\frac{b}{a} = \frac{\sin 87^\circ}{\sin 52^\circ}$ (med sinussatsen).