

Tentamen i Matematik för sjökaptener, LNC021

2014 01 15 kl 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa och bifogade formler (på baksidan).

Telefon: Anders Martinsson 0734-407926

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Lösningar eller svar samt besked om granskning lämnas på nya kursens hemsida:

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/lnc022/1213/

Skriv personliga koden på samtliga inlämnade papper.

Examinator: Lennart Falk.

1. Lös ekvationerna

(a) $x^2 - 8x + 10 = 0$ (2p)

(b) $\left(\frac{x}{2}\right)^5 = 100$ (2p)

(c) $\lg(x+1) - \lg x = \lg 8$ (2p)

2. Tre vektorer är givna i koordinater i en ON-bas som

$\mathbf{a} = (-7, 8)$, $\mathbf{b} = (14, 16)$, $\mathbf{c} = (14, -8)$.

(a) Beräkna längden av vektorn $\mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$. (2 p)

(b) Beräkna skalärprodukten av vektorerna $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$. (1 p)

(c) Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$. (3 p)

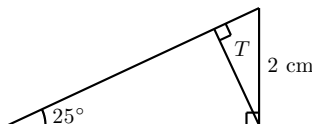
3. (a) Bestäm en ekvation för den räta linjen genom punkterna $(1, -3)$ och $(4, 12)$. (3 p)

(b) Ange medelpunkt och radie för cirkeln med ekvationen $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$. (2 p)

(c) Vad är avståndet från origo till den därifrån räknat närmaste punkten på cirkeln i (b). (2 p)

4. I en triangel är längsta sidan 23 cm, en annan sida är 19 cm. En av triangelns vinklar är 95° . Beräkna triangelns area. (6 p)

5. Beräkna arean T av den lilla högra triangeln i figuren nedan. Räta vinklar är markerade. (6 p)



6. Ett fartyg styr med 14 knops fart i kurs 90° genom vatten. Fart och kurs över grund blir då 16 knop respektive 83° .

(a) Beräkna strömmens fart och kurs. (4p)

(b) Beräkna den fart och kurs genom vatten som man med denna ström ska hålla för att man istället ska röra sig *över grund* med farten 14 knop i kurs 90° . (3p)

Var god vänd!

7. Här är en värdetabell för en (i övrigt okänd) funktion:

(6 p)

x	1	1.25	1.5	1.75	2
f(x)	6	9	7	5	4

Använd tabellens värden för att beräkna $\int_1^2 f(x) dx$ med hjälp av

- (a) sekantmetoden med 4 delintervall,
- (b) Simpsons formel med 4 delintervall.

8. Ett fartyg A rör sig med konstant fart v_A och i konstant kurs 46° . Från A ser man ett annat fartyg B på distansen 5 nautiska mil och i bäring 133° . B håller också konstant fart v_B och konstant kurs 5° . Beräkna det förhållande $\frac{v_B}{v_A}$ mellan farterna som medför kollision, och som därför bör undvikas. Vi bortser här från strömmar och havsytan får betraktas som ett plan. (6p)

Formler

Grundläggande algebra

"pq-formeln":

$$x^2 + px + q = 0 \text{ har lösningarna } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Logaritmlagarna ("log" kan här bytas ut mot lg, ln eller vilken logaritm som helst):

$$\log(ab) = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log a^b = b \log a$$

Geometri, trigonometri, vektorer

Areasatsen:

$$T = \frac{1}{2}ab \sin C$$

Sinussatsen:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

Cosinussatsen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Skalärprodukt:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos v$$

Skalärprodukt i koordinatform:

$$(x_1, y_1) \bullet (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2$$

Cirkelns ekvation:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Numerisk integralberäkning

Punkterna $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ (n är ett jämnt tal) är likformigt fördelade med inbördes avståndet h . Då har vi följande metoder.

Rektangelmetoden (=mittpunktsformeln) med $n/2$ rektanglar av bredd $2h$:

$$\int_a^b f(x) dx \approx R = 2h \left(f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) \right)$$

Sekantmetoden (=trapetsformeln) med n trapetser av bredd h :

$$\int_a^b f(x) dx \approx S = h \left(\frac{f(x_0)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) + \frac{f(x_n)}{2} \right)$$

Simpsons formel med n delintervall av bredd h :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sigma = \frac{h}{3} \left(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n) \right)$$

Samband:

$$\sigma = \frac{R + 2S}{3}$$