

Repetition 2, 20160121

Rötter m.m. (a) En kvadratroten kan skrivas

$$\sqrt{a} \equiv a^{1/2}$$

alltså som en potens med exponent $1/2$.

(b) Rötter följer samma räkneregler som potens (med gemensam bas $1/2$).

(c)

$$\sqrt{ab} = (ab)^{1/2} = a^{1/2} b^{1/2} = \sqrt{a} \sqrt{b}.$$

(d) Allmänt gäller likheten (per definition)

$$\sqrt[n]{a} \equiv a^{1/n}.$$

(e)

$$\sqrt{a^2} = a, \text{ om } a \geq 0.$$

(f) Ex.vis är

$$\sqrt[3]{64} = 64^{1/3} = 4.$$

(g) Ekvivalensen nedan gäller, om $a \geq 0$ och $b \geq 0$.

$$a^{1/n} = b \iff a = b^n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

(h) Räknereglerna för potenser a^b gäller för

$$\begin{cases} a \in \mathbb{R}_+, & b \in \mathbb{R} \\ \text{eller} \\ a \in \mathbb{R}, & b \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Härledda räkneregler

$$\begin{array}{lcl} (a+b)^2 & = & a^2 + 2ab + b^2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{1:a kvadreringsregeln} \\ \text{2:a kvadreringsregeln} \end{array} \right. \\ (a-b)^2 & = & a^2 - 2ab + b^2 \\ (a-b)(a+b) & = & a^2 - b^2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Konjugatsregeln} \end{array} \right. \end{array}$$

Förlängning med konjugat

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

Kvadratkomplettering

$$x^2 + px + q = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{p}{2} + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

$$\underbrace{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2}_{\text{Jämn kvadrat}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q.$$

Faktorisering av polynom av grad 2

Ex på K.K. m.m.

$$f(x) := x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1^2 = (x-3-1)(x-3+1) = (x-4)(x-2).$$

- Vi ser att vi får polynomet $f(x)$ faktorerat i två polynom av grad 1.
- Vi får polynomets *nollställen* $x_1 = 2$ och $x_2 = 4$.
- Polynomets minsta värde är $y = -1$ och antas då $x = 3$.

1. Rationellt uttryck är en kvot mellan två polynom.

Förenkling av rat. uttryck

Man skriver termerna på MGN och försöker faktorisera täljaren.

$$\frac{x}{x+3} + \frac{x-6}{x(x+3)} = \frac{x^2 + x - 6}{x(x+3)} = \frac{(x+3)(x-2)}{x(x+3)} = \frac{x}{x-2}.$$