

## Lösning av dugga i MVE010 Inledande matematik I, 00 00 02

1. (a) Man har

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{om } x \geq 2 \\ 2 - x & \text{om } x \leq 2 \end{cases}$$

och Man har

$$|x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{om } x \geq -1 \\ -1 - x & \text{om } x \leq -1. \end{cases}$$

Vi delar upp i tre fall:

1) Om  $x \leq -1$  blir ekvationen  $2 - x - (x + 1) = 4$  eller  $3 = -2x$ , dvs  $x = -3/2$ . Som är en lösning eftersom  $-3/2 < -1$ .

2) Om  $-1 \leq x \leq 2$  blir ekvationen  $2 - x + x + 1 = 4$  som saknar lösning.

3) Om  $2 \leq x$  blir ekvationen  $x - 2 + x + 1 = 4$  som ger  $x = 5/2$  som är en lösning eftersom  $2 < 5/2$ .

Alternativt (och enklare) kan uppgiften lösas genom att tolka absolut belopp som avstånd.

**Svar:**  $-3/2$  och  $5/2$ .

- (b) Ommöblering ger  $2\sqrt{6x^2 - 2} = -5x - 1$  som efter kvadrering blir  $4(6x^2 - 2) = 25x^2 + 10x + 1$ . Detta förenklas till  $0 = x^2 + 10x + 9$ , som har lösningarna  $x = -1$  och  $x = -9$ . Prövning ger att båda duger.

**Svar:**  $x = -9$  och  $x = -1$ .

- (c) Eftersom  $f(x)$  är en exponentialfunktion har den formen  $f(x) = c \cdot a^x$ , där  $a > 0$ . Punkterna i figuren ger  $2 = f(0) = c$  och  $1 = f(2) = 2 \cdot a^2$ , eller  $a = 1/\sqrt{2} = 2^{-1/2}$ .

**Svar:**  $f(x) = 2 \cdot 2^{-x/2}$ .

2. (a) Överflyttning och gemensamt bråkstreck ger den ekvivalenta olikheten

$$0 > \frac{x+4}{x+3} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} = A.$$

En teckentabell ger nu

|        |   | -3 |   | -5/2 |   | -2 |   |
|--------|---|----|---|------|---|----|---|
| $2x+5$ | - |    | - | 0    | + |    | + |
| $x+2$  | - |    | - |      | - | 0  | + |
| $x+3$  | - | 0  | + |      | + |    | + |
| $A$    | - | *  | + | 0    | - | *  | + |

Vi avläser nu

**Svar:**  $x < -3$  och  $-5/2 < x < -2$ .

- (b) Vi sätter  $t = e^x (> 0)$  och får efter division med 4 ekvationen  $t^2 + t - 3/4 = 0$  som har lösningarna  $t = -1/2 \pm 1$ . Eftersom  $t > 0$  har vi  $t = e^x = 1/2$  som logaritmeras till  $x = \ln(1/2) = -\ln 2$ .

**Svar:**  $x = -\ln 2$ .

3. (a) Om den undre ekvationen multipliceras med 2 och resultatet läggs till den övre får man  $x = 14 - 6 = 8$ . I den undre ekvationen ger detta  $y = (3x - 2)/4 = 11/2$ .

**Svar:**  $x = 8$  och  $y = 11/2$ .

- (b) Om den undre ekvationen multipliceras med 2 och resultatet läggs till den övre får man  $0 = 7 + 12$ , som saknar lösning.

**Svar:** Lösning saknas.

- (c) Eftersom den undre ekvationen är  $-2$  gånger den övre är ekvationsystemet bara ekvationen  $2x - 3y = -4$ . Sätter man här (t.ex.)  $y = t$  så ska  $x = -2 + 3t/2$ .

**Svar:**  $x = -3 + 3t$  och  $y = t$ , där  $t$  är godtycklig.