

Tentamen i MVE 010 Inledande matematik I, 6p, 05 00 01, kl xx – xx.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) \sin x \qquad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \ln x^2}{\ln(e^{2x} + e^x) - \sqrt{x}}.$$

3p+3p

2. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till funktionen

$$f(x) = \frac{\arctan x}{1 + x^2}$$

i den punkt på grafen där x -koordinaten är 1.

6p

3. Bestäm största och minsta värdet av

$$f(x) = \frac{x}{1 + x + x^2},$$

om de existerar.

6p

4. Bestäm om möjligt konstanten α så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2\alpha x + 3y + \alpha z &= 4\alpha \\ x + (\alpha - 1)y &= \alpha \\ x - y + z &= 1 \end{cases}$$

(a) saknar lösning

(b) har oändligt många lösningar. Bestäm också lösningarna i detta fall.

3p+4p

5. Ett plan går genom de tre punkterna $(-2, -2, -2)$, $(0, 1, 0)$ och $(-2, 1, -1)$. Bestäm konstanten a så att punkten $(a, 1, a^2)$ har avståndet $1/7$ till detta plan.

6p

6. Bestäm konstanterna a och b så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + 3}{x - 1} & \text{när } x < 1 \\ \frac{x^3 + b}{x^3 + b} & \text{när } x \geq 1 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 1$. Är funktionen då deriverbar i $x = 1$?

7p

7. (a) Ange den precisa matematiska definitionen av att en funktion $f(x)$ är kontinuerlig i $x = a$.
(b) Ange den precisa matematiska definitionen av att en funktion $f(x)$ är deriverbar i $x = a$ och vad $f'(a)$ i så fall står för (precist).
(c) Ge, om möjligt, ett exempel på en funktion som är deriverbar i $x = 0$ men inte kontinuerlig där.

2p+2p+2p

8. Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

och härled derivatan av $\ln x$.

6p

JAS

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve0101/0506/