

Tentamen i MVE 010 Inledande matematik I, 6p, 05 00 02, kl xx – xx.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}) \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}.$$

3p+4p

2. För vilken punkt P på linjen genom punkterna $(1, 2, 3)$ och $(3, 1, 2)$ gäller det att triangeln med hörn i P , origo och punkten $(2, -1, 0)$ har minst area?

6p

3. Visa att

$$\arctan x > x - \frac{x^3}{3},$$

när $x > 0$.

6p

4. Bestäm eventuella asymptoter till

$$f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2},$$

när $x \rightarrow \pm\infty$.

Var är funktionen konvex och var är den konkav?

7p

5. En likbent triangel ligger inuti en cirkelmed radie R . Vilken är den största area som triangeln kan ha? (Svaret beror på R .)

6p

6. Visa att funktionen

$$g(t) = \begin{cases} -\sqrt{1 + \cos t} & \text{när } 0 \leq t \leq \pi \\ \sqrt{1 + \cos t} & \text{när } \pi < t \leq 2\pi \end{cases}$$

faktiskt är deriverbar i $x = \pi$. Bestäm $g'(\pi)$.

6p

7. (a) Vad menas med att en funktion $f(x)$ är uppåt begränsad?

2p

(b) Ange, om möjligt, en kontinuerlig funktion $f(x)$ som är definierad på $[0, 1]$, sådan att dess värdemängd (på $[0, 1]$) är B i uppgifterna nedan. Om det inte är möjligt ange varför.

i. $B = (0, 1]$

1p

ii. $B = [0, 1) \cup (1, 2]$

1p

iii. $B = [0, 1]$

1p

iv. $B = [0, \infty)$

1p

8. Formulera och bevisa medelvärdessatsen. (Du får använda Rolles sats utan att visa den.)

6p

JAS

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve0101/0506/