

Tentamen i MVE 010 Inledande matematik I, 6p, 05 10 21, kl 8.30 – 12.30.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2} \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-1/x}}{x^2}.$$

3p+3p

2. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till grafen av funktionen

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right),$$

i den punkt på grafen där $x = \sqrt{3}$.

6p

3. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}.$$

Ange alla asymptoter och lokala extremvärden.

6p

4. Ett plan går genom punkterna $(-1, 0, 2)$, $(1, 1, -1)$ och $(2, 3, 1)$. Vilken punkt i planet ligger närmast punkten $(7, -4, 12)$?

6p

5. Bestäm om möjligt konstanterna a och b , så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b + \sin 3x - \tan x}{x + x^3 e^{-x}} & \text{när } x \neq 0 \\ a & \text{när } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

6p

6. Bränslekostnaden för att framföra en färja (i kronor per timme) är proportionell mot kubiken på farten (hastigheten). För en viss färja är kostnaden 1000 kr per timme när den körs i 10 kilometer per timme. För denna färja tillkommer en kostnad på 6750 kr per timme (för personal, underhåll etc.). Vilken fart ska färjan hålla för att minimera kostnaden *per körd kilometer*?

6p

7. (a) Vad menas med att en funktion $f(x)$ är inverterbar?

1p

(b) Om f är inverterbar, hur definieras då f^{-1} .

1p

(c) Vilken, eller vilka, av följande funktioner är inverterbara

$$(i) \quad f(x) = 1 + x^2 \quad (ii) \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (iii) \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

(Argument krävs!)

3p

(d) Bestäm inversen i förekommande fall till funktionerna i c).

3p

8. Formulera och bevisa deriveringsregeln för en produkt av två funktioner.

6p

JAS

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida