

Tentamen i MVE 010 Inledande matematik I, 6p, 06 08 28, kl 8.30 – 12.30.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{e^{x^2} - 1} \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right).$$

3p+3p

2. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till grafen av funktionen

$$f(x) = \ln(x) \sin(\pi x) - xe^{x^2-1},$$

i den punkt på grafen där $x = 1$.

6p

3. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}.$$

Ange alla asymptoter och lokala extremvärden.

6p

4. Ett plan går genom punkterna $(1, 2, -1)$, $(0, 2, 2)$ och $(3, -1, 1)$. Vilken punkt i planet ligger närmast punkten $(2, 1, -2)$? (Den sökta punktens koordinater är inte heltal.)

6p

5. Bestäm konstanten a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x^2}{x} & \text{när } x \neq 0 \\ a & \text{när } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig. Visa att f då också är deriverbar i $x = 0$ och bestäm $f(0)$ samt $f'(0)$.

6p

6. På ellipsen $x^2 + y^2/4 = 1$ väljs en punkt $P = (a, b)$ i första kvadranten. Man vill välja P så att triangeln med hörn i $(1, 0)$, P och $(0, 2)$ har störst möjlig area. Vad ska P vara?

6p

7. (a) Vad menas med att en funktion $f(x)$ är kontinuerlig i $x = a$?

2p

(b) Vad menas med att en funktion $f(x)$ är deriverbar i $x = a$?

2p

(c) Ange om möjligt en funktion som är kontinuerlig i $x = 2$ men inte deriverbar där.

2p

(d) Ange om möjligt en funktion som är deriverbar i $x = 2$ men inte kontinuerlig där.

2p

8. Visa att om $f'(x) > 0$ för alla x i ett intervall I , så är f strängt växande på I .

6p

JAS

Förslag till lösningar kommer att finnas på kursens webbsida