

Inledande matematik för I1
Läsperiod 1 2006

Övningstentamen

Till denna uppgift skall endast svar lämnas

- 1** **a)** Lös ekvationen $z^4 + 4 = 0$. Svaren skall anges på formen $a + ib$ **(3p)**
- b)** Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2y + z = -2 \\ 3x - y + 2z = 10 \end{cases}$$
 (3p)
- c)** Förenkla uttrycket $\sin(2 \arccos x)$ **(3p)**
- d)** Beräkna följande gränsvärden: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 8t}{\sin 9t}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x-1)}{x}$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$$
 (3p)
- e)** Ange alla reella x sådana att $1 < |x + 2| < 3$ **(2p)**

Till uppgift 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas

- 2** Visa att linjen $\begin{cases} x = 2 \\ y = t - 1 \\ z = t + 1 \end{cases}$ inte skär planet $3x - y + z = 3$
Beräkna avståndet mellan linjen och planet. **(6p)**
- 3** Visa att $f(x) = 3 + x^2 + \tan\left(\frac{px}{2}\right)$, $-1 < x < 1$, är inverterbar och kalla inversen Φ
Beräkna $\Phi'(3)$ **(6p)**

- 4 Bestäm för varje värde på konstanten A antalet lösningar till ekvationen $A(x^3 + 1) = x^3 - 1$ (6p)
- 5 Ett 10 m långt rep delas upp i två delar. Den ena delen formas till en kvadrat, den andra till en liksidig triangel. Hur skall man dela repet så att summan av areorna av de bägge figurerna blir maximal respektive minimal? (6p)

Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering krävs inte.

- 6 a) $\arcsin(\sin x) = x$ för alla reella x .
- b) Om $f(x) = \frac{x(x-2)e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sin 2x + 2}$ finns ett c , $0 < c < 2$, sådant att $f'(c) = 0$
- c) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c} \Rightarrow \vec{b} = \vec{c}$
- d) Varje deriverbar funktion är också kontinuerlig.
- e) Om $f'(w) = 0$ har $f(x)$ ett lokalt maximum eller minimum i punkten $x = w$
- f) Om $f'(x) = g'(x)$ då $0 < x < 1$ måste $f(x) = g(x)$ då $0 < x < 1$ (6p)
- 7 a) Bestäm en funktion $f(x)$ sådan att $f'(-1) = \frac{1}{2}$, $f'(0) = 0$ samt att $f''(x) > 0$ för alla x , eller visa att en sådan funktion inte existerar.
- b) Definiera vad som menas med att en funktion är deriverbar i en punkt. (6p)