

Svar eller lösningar till Övningstentamen

1

a) $z = \pm 1 \pm i$

b) $(x, y, z) = (3, -1, 0)$

c) $2x\sqrt{1-x^2}$

d) $\frac{8}{9}$ existerar ej 0

e) $-5 < x < -3$ samt $-1 < x < 1$

2 Sätt in linjens ekvation i planet: $6 - (t - 1) + t + 1 = 3$. Denna ekvation saknar lösning varför linjen saknar skärning med planet. För att beräkna avståndet till planet kan vi välja vilken punkt som helst på linjen, säg $(2, 0, 2)$ och beräkna avståndet från den.

Formeln för avstånd mellan punkt och plan ger $\frac{|6-0+2-3|}{\sqrt{9+1+1}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$

3 **RÄTTELSE: DET SKALL VARA** $f(x) = 3 + x + \tan\left(\frac{px}{2}\right)$, $-1 < x < 1$.

Nu blir $f'(x) = 1 + \frac{p}{2 \cos^2 \frac{px}{2}}$ som uppenbarligen är > 0 . Eftersom definitionsmängden

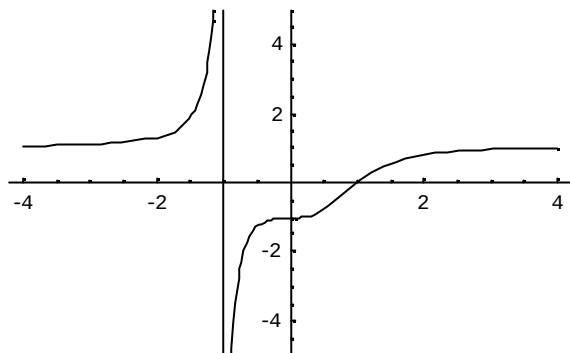
är ett intervall blir $f(x)$ inverterbar med invers Φ . Vidare är $f(0)=3$ så $\Phi(3)=0$ och

$$\Phi'(3) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{2}} = \frac{2}{2+p}$$

URSÄKTA!

- 4 Rita kurvan $y = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$

Man får $y' = \frac{6x^2}{(x^3 + 1)^2}$ som är ≥ 0 för alla x . En lodrät asymptot $x = -1$ samt en vågrät $y = 1$ ger följande kurva.



Slutsats: om $A = 1$ saknas lösning, för alla andra värden på A finns exakt en lösning.

- 5 Låt x vara sidan på kvadraten och y sidan på triangeln. Vi har då $4x + 3y = 10$ och den totala arean blir: $x^2 + \frac{\sqrt{3}y^2}{4}$. Det gäller alltså att studera funktionen

$$A(x) = x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{10 - 4x}{3} \right)^2 \text{ där } 0 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{Man får att } A'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{9 + 4\sqrt{3}}$$

Ett teckenstudium visar att detta är areans minimum. I ändpunkterna gäller $A\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4}$

$$\text{och } A(0) = \frac{25\sqrt{3}}{9} < 6.$$

Svar: För maximal area: använd allt rep till kvadraten. För minimal area: använd

$$\frac{40\sqrt{3}}{9 + 4\sqrt{3}} \text{ meter till kvadraten.}$$

Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering krävs inte.

- 6 **F S F S F F**

- 7 a) Någon sådan funktion finns inte; genom att använda medelvärdessatsen på f' drar man slutsatsen att $f'' < 0$ i åtminstone någon punkt mellan -1 och 0