

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Adam Wojciechowski

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2011 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift lämnas endast svar, alltså inga motiveringar.

a. Förenkla $\frac{15^{16} \cdot 49^7}{35^{15} \cdot 3^{16}}$ så långt som möjligt. (2p)

b. Beräkna $f'(1)$ om $f(x) = e^{x^2-1}$ (2p)

c. Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 6x - 14y - 18z = 19 \\ 21x - 10y + 4z = -18 \\ 3x - y + z = -3 \end{cases} \quad (2p)$$

d. Beräkna $\cos(2v)$ om $\sin v = \frac{1}{3}$ (2p)

e. Beräkna följande gränsvärden (3p)

i. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x + 1) - \ln x)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin x}$

iii. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$

f. Funktionen $f(x) = \ln \sqrt{1 + x^3}$, $x > -1$, är inverterbar. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till grafen av f^{-1} i den punkt där första koordinaten är $\ln 3$ (3p)

Till uppgifterna 2-5 skall fullständiga lösningar lämnas in. 6 poäng per uppgift.

2. En rät linje går genom punkten $A = (2, 1, 1)$ och är vinkelrät mot planet genom punkterna A , $B = (2, -1, 2)$ samt $C = (-1, 1, -1)$.
- Bestäm en ekvation för planet.
 - Bestäm avståndet mellan planet och punkten $D = (6, -2, 4)$
 - Avgör om D ligger på den räta linjen.
3. Bestäm definitions- och värdemängd till funktionen $f(x) = e^{-x^2-x}\sqrt{2x+1}$
4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^2-x-2}$
Ange speciellt funktionens definitionsmängd, eventuella lokala extrempunkter samt asymptoter. (Konvexitet/konkavitet behöver inte redas ut.)
5. Låt $f(x) = x^3 + ax$, $|x| \leq 1$, och a är en reell parameter.
Definiera $h(a)$ = längden av det längsta intervall i vilket $f(x)$ är monoton.
- Rita $y = f(x)$ för $a = -1, 0, 1$
 - Visa att $h(a)$ inte är kontinuerlig i $a = 0$
 - Rita grafen $y = h(a)$
6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Någon motivering skall inte ges. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng, och fel svar -1 poäng. Dock ej mindre än 0 poäng totalt.
- Om z är ett komplext tal sådant att $\bar{z} = \frac{3}{z}$ så är $|z| < 2$
 - Funktionen $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$ blir kontinuerlig i $x = 0$ om man sätter $f(0) = 0$
 - $\arccos(\cos 4) = 4$.
 - Om $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 1$, så gäller att $f(x+1) > f(x) + \frac{1}{2}$ för alla tillräckligt stora värden på x .
 - Om $f(x) \rightarrow 0$ då $x \rightarrow \infty$ så måste $f'(x) \rightarrow 0$ då $x \rightarrow \infty$
 - $0 < a < b \Rightarrow \ln a < \ln b$
7. Definiera vad som menas med att $\lim_{x \rightarrow t} f(x) = A$ **(3p)**
Visa sedan med hjälp av definitionen att $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$ **(3p)**