

Tentamen i Inledande matematik för I1, MVE 011
2011 – 10 – 22 kl 8.30 – 12.30
Hjälpmedel: inga
Telefonvakt: Hossein Raufi
Tel 0703 – 088 304

MATEMATIK
Chalmers

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggorhösten 2011 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1) Till denna uppgift skall endast svar lämnas in, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla reella x sådana att $\left| \frac{x}{3} - 2 \right| = 4$

b) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + 3y - z = 2 \\ 2x + y + 3z = 4 \\ -x \quad \quad - 2z = 1 \end{cases}$$

c) Bestäm $\cos \theta$ om $\theta = \arcsin\left(-\frac{5}{6}\right)$

d) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \ln(x^2 + 1)$ i $x = 1$

e) Beräkna följande gränsvärden:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\tan 2x}$ ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4 \ln(x^3 + 1) + e^{-x}}{x \sin x^2 - 4x^2}$ iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\arctan x - \frac{\pi}{2} \right)$

f) Bestäm det största värdet av $f(x) = |e^{ix} + e^{2ix}|$ där x är reellt.

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas; 6 poäng per uppgift

2) Låt $A = (1, 1, 1)$ $B = (2, 3, 1)$ $C = (-1, 0, 2)$ $D = (4, 1, -2)$ $E = (-1, 3, -3)$.

Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna A, B och C.

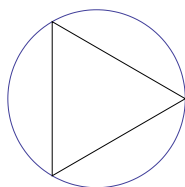
Ligger punkten $(3, 5, 2)$ i planet?

Bestäm en ekvation för den linje som innehåller punkterna D och E.

Ligger punkten $(2, 2, 0)$ på linjen?

VÄND!

- 3) Rita grafen till funktionen $f(x) = \ln(1-2x) + 2 \arctan x$
 Ange asymptoter och lokala extremvärden. Konvexitet behöver inte utredas.
- 4) En likbent triangel har samtliga hörn på enhetscirkeln; ett hörn ligger i punkten $(1,0)$, de två övriga i andra respektive tredje kvadranten. Hur stor kan triangelns area bli?



5) Låt $f(x) = \begin{cases} 3 - e^{-x^2}, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$

Visa att f är inverterbar.

Bestäm inversens definitionsmängd.

Beräkna $(f^{-1})'(0)$

- 6) Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Någon motivering behövs inte. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng, och fel svar -1 poäng. Dock ej mindre än 0 poäng totalt.
- a) $\frac{1}{i} = -i$
 - b) Om a och b är två parallella vektorer i rummet är $a \times b = 0$ (nollvektorn!)
 - c) Ekvationen $\arctan|x| = \frac{4}{3}$ har exakt två lösningar.
 - d) Inversen till $f(x) = \arccos \frac{1}{x} + \arctan(x^3 - 2)$, $x \geq 1$, har ett största värde.
 - e) Om $f(x)$ är deriverbar på intervallet $a < x < b$ har $f(x)$ ett minsta värde som antas i en punkt där $f'(x) = 0$
 - f) För varje $\varepsilon > 0$ finns ett tal T sådant att $x > T \Rightarrow |\cos x^2 - 1| < \varepsilon$

7)

- a) Definiera derivatan av en funktion i punkten x .
- b) Antag att funktionen $f(x)$ är kontinuerlig och funktionen $g(x)$ är deriverbar. Antag vidare att $g(1) = 0$.
 Visa att funktionen $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ är deriverbar i $x = 1$