
Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor hösten 2010 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas in, alltså utan motiveringar.

- a. För vilka reella x är $\frac{x-5}{3-x} \geq 0$?
- b. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + 2y + 7z = 2 \\ y + 2z = 1 \\ 2x - y + 4z = 1 \end{cases}$$
- c. Bestäm samtliga asymptoter till kurvan $y = \frac{1}{x+1} + \arctan x$
- d. En ballonguppstigning betraktas 100 m från startplatsen (marken är plan och horisontell). När ballongens riktning är $\frac{\pi}{4}$ radianer över horisontplanet uppmäter man att vinkeln ändras med 0.025 rad/s. Beräkna ballongens fart i detta läge.
- e. Beräkna följande gränsvärden
- i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + (\ln x)^{10}}{x + 3e^x}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + \sin x}{2x + \sin x}$ iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$
- f. Bestäm inversen till funktionen $f(x) = \cos x$, $\pi \leq x \leq 2\pi$

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas

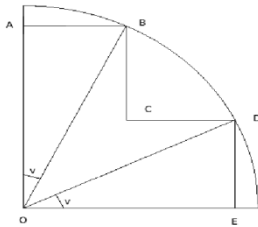
- 2.
- a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(1, -1, 0)$, $(0, -1, 1)$ och $(2, 5, 2)$.
- b. Bestäm på parameterform den linje som innehåller punkterna $(-1, 2, -1)$ och $(3, -1, 3)$
- c. Bestäm skärningspunkten mellan planet och linjen ovan.
3. Skissera grafen av funktionen $f(x) = (x-2)^2 e^{4-x} + 1$
Ange asymptoter och lokala extrempunkter. Ange också i vilka intervall funktionen är

konvex respektive konkav.

4. Betrakta funktionen

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \ln|x| & \text{om } x < -1 \\ 4x + \cos(\pi x) & \text{om } -1 \leq x < 1 \\ xe^{1-x} - 6 & \text{om } x \geq 1 \end{cases}$$

- Bestäm i vilka intervall f är växande respektive avtagande
 - Visa att f är inverterbar.
 - Beräkna $(f^{-1})'(1)$ (inversens derivata)
5. Figuren visar en kvartscirkelskiva i vilken ett L-format område OABCDE är markerat. Områdets alla hörn är vinkelräta, B och D ligger på cirkeln. Bestäm vinkeln v så att arean av det L-formade området blir så stor som möjligt.



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna eller falska. Motivering krävs inte. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt.

- a. $f(x) = \frac{\sin x + \arctan x}{x^2 - 2}$ har ett största värde på intervallet $-1 \leq x \leq 1$
- b. $e^{i\frac{93\pi}{4}} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$
- c. Ekvationen $z^9 + 1 = 0$ har fyra rötter med positiv realdel.
- d. Om $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)|$ existerar måste också $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existera.
- e. För vektorer $\vec{a}$ och $\vec{b}$ i rummet gäller $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$
- f. Ekvationen $\sin x + 2\sin 3x + 3\sin 5x = 7$ har oändligt många lösningar.

7.

- a. Formulera och bevisa Rolles sats.
- b. Låt f vara en två gånger deriverbar funktion sådan att $f(0) = f(1) = f(2) = 0$.
Visa att det existerar ett tal a , $0 < a < 2$ sådant att $f''(a) = 0$