

Några definitioner och resultat i kapitel 5

Definitioner (s 319,329,336)

1. $\mathbf{x}$ är en **egenvektor** till en kvadratisk matris A om $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ och det finns ett tal λ så att $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$.
2. Motsvarande λ kallas **egenvärde**, dvs λ är ett egenvärde om systemet $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har icke-triviala lösningar.
3. Om λ är ett egenvärde till A så kallas Lösningsrummet till systemet $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ för **egenrummet** som hör till λ .
4. **Karakteristiska polynomet** för A är $p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$. (Det är ett n :tegradspolynom om A är av typ $n \times n$.)
5. Ekvationen $\det(A - \lambda I) = 0$ kallas **karakteristiska ekvationen**.
6. A kallas diagonaliserbar om det finns en inverterbar matris P och en diagonalmatris D så $A = PDP^{-1}$.

Sats 2 (s 313)(med bevis!): Om $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r$ är egenvektorer som svarar mot **olika** egenvärden så är $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r\}$ linjärt oberoende.

Sats 5 (s 336)(med bevis!): En $n \times n$ -matris är diagonaliserbar om och endast om den har n stycken linjärt oberoende egenvektorer.

I själva verket gäller $A = PDP^{-1}$, med D diagonalmatris, om och endast om kolonnerna i P är n linjärt oberoende egenvektorer till A och diagonalmatrisen i sin huvuddiagonal har motsvarande egenvärden (i rätt ordning).

Sats 7 b (s 340) (utan bevis!) Matrisen A , av typ $n \times n$, är diagonaliserbar om och endast om summan av dimensionerna av dess egenrum är lika med n . Detta inträffar precis då dimensionen av varje egenrum är lika med multipliciteten av motsvarande egenvärde. Som kolonner i P kan man då ta basvektorerna för de olika egenrummen.