

Satser att bevisa ur kapitel 6

Sats 4 (s400) Antag att $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p\}$ är en ortogonal mängd sådan att ingen av vektorerna är nollvektorn. Då är $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p\}$ linjärt oberoende.

Sats 5 (s401) Antag att $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p\}$ är en ortogonal bas för ett under-
rum W av $\mathbb{R}^n$. Varje $\mathbf{y}$ i W har i denna bas framställningen

$$\mathbf{y} = c_1\mathbf{u}_1 + \dots + c_p\mathbf{u}_p$$

där

$$c_j = \frac{\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_j}{\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{u}_j}$$

för $j = 1, \dots, p$.

Sats 8 (s411) Antag att W är ett underrum av $\mathbb{R}^n$. Då kan varje $\mathbf{y}$ i $\mathbb{R}^n$ entydigt framställas

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{z}$$

där $\hat{\mathbf{y}}$ ligger i W och $\mathbf{z}$ i ortogonala komplementet till W . Om $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p\}$ är en ortogonal bas för underrummet W så gäller

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_1}{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_1} \mathbf{u}_1 + \dots + \frac{\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_p}{\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_p} \mathbf{u}_p.$$

Sats 9 (s 414) (Approximationssaten)

Antag att W är ett underrum av $\mathbb{R}^n$ och att $\mathbf{y}$ är en vektor i $\mathbb{R}^n$ vars ortogonala projektion på W är $\hat{\mathbf{y}}$. Då gäller

$$\|\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\| < \|\mathbf{y} - \mathbf{v}\|$$

för varje vektor $\mathbf{v} \neq \hat{\mathbf{y}}$ i W . I denna mening är alltså $\hat{\mathbf{y}}$ den vektor i W som ligger närmast $\mathbf{y}$.