Kap 6: Bevis av sats 5 (s 395)

Sats 5 Antag att $\{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_p\}$ är en ortogonal bas för ett underrum W av $\mathbb{R}^n$. Varje $\mathbf{y}$ i W har i denna bas framställningen

$$\mathbf{y} = c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_p\mathbf{u}_p$$

där

$$c_j = \frac{\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_j}{\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{u}_j}$$

för $j = 1, \ldots, p$.

Bevis: Eftersom $\{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_p\}$ är en bas för W har varje $\mathbf{y}$ i W en framställning

$$\mathbf{y} = c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_p\mathbf{u}_p.$$

För varje $j = 1, \ldots, p$ gäller då

$$\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_j = c_1\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_j + \ldots + c_p\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_j.$$

Men eftersom basen är ortogonal har vi

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j = 0$$

om $i \neq j$. Alltså har vi

$$\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}_j = c_j\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{u}_j$$

och satsen är bevisad.