

Kvadratiska former

Definitioner

- (s 472) En **kvadratisk form** på $\mathbb{R}^n$ är en funktion Q definierad på $\mathbb{R}^n$ genom ett uttryck av formen $Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ där A är en symmetrisk matris.
- (s 472) A kallas **matrisen för den kvadratiska formen**.

Klassificering av kvadratiska former (s 477)

Den kvadratiska formen $Q\mathbf{x} = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ och matrisen A kallas

- a. **positivt definit** om $Q(\mathbf{x}) > 0$ för alla $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- b. **negativt definit** om $Q(\mathbf{x}) < 0$ för alla $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- c. **indefinit** om $Q(\mathbf{x})$ antar både positiva och negativa värden.
- d. **positivt semidefinit** om $Q(\mathbf{x}) \geq 0$ för alla $\mathbf{x}$ och $Q(\mathbf{x}) = 0$ för något $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.
- e. **negativt semidefinit** om $Q(\mathbf{x}) \leq 0$ för alla $\mathbf{x}$ och $Q(\mathbf{x}) = 0$ för något $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$.

Sats 5, Kvadratiska former och egenvärden (s 461)

Om A är en symmetrisk $n \times n$ -matris så är $Q\mathbf{x} = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$

- a. positivt definit precis då A bara har positiva egenvärden.
- b. negativt definit precis då A bara har negativa egenvärden.
- c. indefinit om A har både positiva och negativa egenvärden.
- d. positivt semidefinit precis då 0 är ett egenvärde till A och alla andra är positiva.
- e. negativt semidefinit precis då 0 är ett egenvärde till A och alla andra är negativa.