1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2013 01 17, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Dawan Mustafa 0703-088304

---

1. a. Beräkna Fouriertransformen av
$$\frac{1}{x^2+2x+2}$$
med hjälp av residykalkyl. (5p)

   b. Använd resultatet till att beräkna
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{x^2+2x+2} dx.$$
(2p)

2. Låt $p(z) = z^4 + z^3 + 1$. Visa med hjälp av Rouchés sats att alla p:s nollställen uppfyller $3/4 < |z| < 3/2$. (7p)

3. Beräkna kurvintegralen
$$\int_{|z|=1} \frac{\sin z - \sinh z}{z^8} dz.$$
(7p)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet
$$u'' + 2u' + u = \sin t \quad t > 0,$$
$u(0) = 1$ och $u'(0) = 0$, explicit med hjälp av Laplacetransformen. (Explicit betyder att du inte skall svara med en faltning.) (7p)

5. Avbilda konformt området $\{z; |z| < 1, Re\, z > 0\, , Im\, z > 0\}$ på övre halvplanet.
(7p)

6. Bevisa Cauchy's integralformel. (Du får använda Cauchys integralsats utan bevis.) (5p)

7. Antag att f är holomorf i $\{z; 0 < |z| < 1\}$ och att $|f| \leq 1$ där. Visa att f kan fortsättas till en holomorf funktion i $\{z; |z| < 1\}$. (5p)

8. Antag att $f = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + ...$ är holomorf i cirkelskivan $\{z; |z| < R\}$ där $R > 1$, och att $|f| \leq 1$. Visa att $|a_n| \leq 1$ för alla $n = 0, 1, 2....$ (5p)

Lycka till!,
BB