1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2015 01 02, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Gustav Kettli 0703-088304

---

1. a. Bestäm den Möbiusavbildning T som uppfyller $T(-1) = 0, T(1) = i$ och $T(3) = \infty$. (3p)

   b. Beräkna
$$\int_{|z|=4} T^2(z)dz.$$
(4p)

2. Hur många nollställen räknade med multiplicitet har polynomet $p(z) = z^3 - 3z + 1$ i området $|z - 1| < 1$? (6p)

3. Utveckla funktionen
$$f(z) = \frac{1}{z(z+2)(z+3)}$$
i Laurentserie i området $2 < |z| < 3$. (7p)

4. Beräkna Fouriertransformen av funktionen
$$f(x) = \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)},$$
där a och b är reella tal skilda från 0. (8p)

5. a. Lös begynnelsvärdesproblemet
$$u(t) + \int_0^t u(s)ds = g(t), \quad t > 0,$$
med $u(0) = 0$. (Du får svara med faltning.) (4p)

   b. Vad blir detta explicit om $g(t) = 0$ för $t < 1$ och $g(t) = 1$ för $t > 1$? (3p)

6. Visa att om en funktion har kontinuerliga partiella derivator som uppfyller Cauchy-Riemanns ekvationer i ett område D så är funktion komplext deriverbar där. (5p)

7. Visa att om en begränsad funktion f är holomorf i $0 < |z| < 1$ så kan f fortsättas holomorft till $|z| < 1$ (dvs 0 är en hävbar singularitet). (5p)

8. Låt f vara holomorf i hela komplexa talplanet. Visa att
$$\int_{|z|=1} f(\bar{z})dz = 2\pi i f'(0).$$
(5p)

Lycka till!,
BB