Tenta i MVE025/MVE295, Komplex (matematisk) analys, F2 och TM2/Kf2

2018 11 01, 8.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Jimmy Johansson, 031-7725325
Kursansvarig: David Witt Nyström, 031-7721068

Betygsgränser: 1-19 (U), 20-29 (3), 30-39 (4), 40-50 (5)

---

1. Beräkna med hjälp av residykalkyl Fouriertransformen av
$$f(x) := \frac{1}{(x^2+1)(x^2+25)}.$$
(7p)

2. Hitta med hjälp av Laplacetransformen en funktion $u : [0, \infty) \to \mathbb{C}$ sådan att
$$u'''(t) + 4u'(t) = 1$$
med begynnelsevärden $u(0) = 1$, $u'(0) = 0$ och $u''(0) = 0$. (7p)

3. Bestäm bilden av området $A := \{z : |z - 3/2| > 1/2, |z - 2| < 1\}$ under avbildningen
$$f(z) := e^{\frac{1}{z-1}}.$$
(Tips: använd att $f(z) = e^z \circ M(z)$ där $M(z) = \frac{1}{z-1}$.) (7p)

4. Bestäm antalet nollställen till funktionen $z^5 - 5z + \sin z$ i annulusen $\{z : 1 < |z| < 2\}$. (7p)

5. Beräkna
$$\int_{|z|=5} \frac{z}{(z+\pi)\sin z} dz.$$
(7p)

6. Visa att om $f(z)$ har kontinuerliga partiella derivator som uppfyller Cauchy-Riemanns ekvationer i ett område G, då är f holomorf i G. (5p)

7. Formulera och bevisa Cauchys sats. (5p)

8. Antag att f är holomorf i $\{z : 0 < |z| < 1\}$ samt att $|f(z) - 1| \geq 1$. Visa att singulariteten i 0 inte kan vara väsentlig. (5p)

Lycka till!
David