

Tentamen i MVE041 och MMGL32 Flervariabelmatematik

Den 15 April 2015, kl. 830-1230

Hjälpmedel: BETA, inga räknare.

Telefon: Timo Hirscher 0703-088304

Totalpoäng 50. Betygsgränser 20, 30, 40.

1. Låt $f(x, y) = \sin(xy) - \cos(xy)$, och $p = (\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}/2)$. I vilken riktning är tillväxten störst i punkten p , och hur stor är den? Hur stor är tillväxten i riktning $(1, 1)$ i punkten? Vad är ekvationen för tangentplanet i samma punkt? (8p)
2. Hur skall differentialekvationen $x'' + 4x' - x = \cos(t)$ presenteras för ode45? (4p)
3. Vi vill dra en kurva $y = A \cos(bx + \varphi)$ genom punkterna $(0, 1)$, $(1, 2)$ och $(2, 1)$. Skriv upp ett ekvationssystem för parametrarna A, b och φ och skriv upp iterationsformeln för att lösa systemet med Newtons metod. (6p)
4. Beräkna volymen av området som finns inuti sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ och utanför dubbelkonen $z^2 = \sqrt{x^2 + y^2}$. Vad är volymen som finns inuti sfären och innesluten i dubbelkonen? (6p)
5. Beräkna maximum av $f(x, y, z) = e^{-(x^2+y^2+z^2)}$ för (x, y, z) med $x + y + z = 1$. (6p)
6. Finn en potential till fältet $(P, Q) = (y^2 e^{xy^2} + 3x^2, 2xy e^{xy^2} - \sin(y))$ och beräkna $\int_{(-1,0)}^{(1,\pi/2)} Pdx + Qdy$. (6p)
7. Beräkna $\int_C (3xy^4 - xy)dx + (xy + 6x^2y^3)dy$, där C är den slutna kurva från $(0, 0)$ till $(1, 0)$, till $(1, 1)$, till $(0, 1)$ och tillbaka till ursprunget. (6p)
8. Lös differentialekvationen $yf'_y - 2xf'_x + 1 = 0$ t. ex genom att använda substitutionen $t = xy^2, s = xy$. Bestäm sedan den lösning som uppfyller $f(x, x) = 5 \ln(x)$. (8p)