

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Dugga i Matematisk analys IT2, MVE045, 2009-09-26, TID(8.30-10.30)

Inga hjälpmedel, förutom penna, linjal och Beta, är tillåtna.

Telefonvakt: Peter, 031-7723532.

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
8-10 poäng ger 3 bonuspoäng, 5-7 poäng ger 2 bonuspoäng och 2-4 poäng ger 1 bonuspoäng.

1. (a) Avgör om följande gränsvärden existerar och om så är fallet beräkna dem:

i.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(2x)}{x} \quad (1p)$$

ii.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3} \sin\left(\frac{3}{x}\right) \quad (1p)$$

iii.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin^2 x)^{\tan x} \quad (1p)$$

- (b) Bestäm alla reella tal a, b, c för vilka

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{ax} (\ln x)^b x^c = 0. \quad (1p)$$

2. Beräkna derivatan för funktionerna (i de fall de existerar)

(a) $f(x) = \arctan(x^3)$ för $x = 1$, dvs $f'(1)$. (1p)

(b) $g(x) = (\ln |\sin x|)^3$ för $x = \frac{\pi}{4}$, dvs $g'(\frac{\pi}{4})$. (1p)

(c) $h(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ för $x = 0$, dvs $h'(0)$. (1p)

3. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = |x - 1| \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

samt ange definitionsmängden för f , samtliga extrempunkter och extremvärden till f samt asymptoter.

(3p)

Tentan kommer att vara färdigrättad senast onsdagen den 1 oktober och delas ut på onsdagsföreläsningen.

LYCKA TILL!

Peter