

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys IT2, MVE045, 2009-01-15, TID(8.30-12.30)

Inga hjälpmedel, förutom penna, linjal och Beta, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Aron Lagerberg, 0762-721860.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. (a) Bestäm om följande gränsvärde existerar och i så fall beräkna det:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \frac{x^{\frac{1}{x}} - 1}{\ln x} \quad (5p)$$

- (b) Derivera följande funktion och förenkla derivatan:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin\left(\frac{2x-1}{x-2}\right), \quad |x| < 1 \quad (5p)$$

2. Sätt $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2-3|x|+3}$. Ange f 's definitionsmängd, dess derivata samt dess definitionsmängd. Rita grafen till f samt ange samtliga asymptoter och extremvärden och extrempunkter.

(10p)

3. (a) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\frac{x^2}{2}} \cos x}{x^4}. \quad (5p)$$

- (b) Utveckla

$$\ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

i potenser av x med restterm angiven på formen $O(x^7)$.

(5p)

VG

4. (a) Lös ekvationen

$$z^4 - 4z^3 + 3z^2 + 8z - 10 = 0.$$

Ekvationen har roten $2 + i$.

(5p)

- (b) Bestäm den lösning till ekvationen

$$(1 - x^2)y' - 2y = (1 + x)^2, \quad x > 1$$

som uppfyller $y(2) = 3$.

(5p)

5. (a) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$\frac{x + 4}{x^2 - 2x + 10}.$$

(5p)

- (b) Beräkna

$$\int_0^1 (1 - x^3)^{50} \cdot x^5 dx.$$

(5p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Peter