

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys IT2, MVE045, 2011-10-18, TID(8.30-12.30)

Inga hjälpmedel, förutom penna, linjal och Beta, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Magnus Önnheim, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. (a) Bestäm följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^x \cdot e^{-x^2}.$$

(5p)

- (b) Visa att funktionen

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right) + 2 \arctan x$$

är konstant för $x \geq 0$ och beräkna dess värde.

(5p)

2. Sätt

$$f(x) = \frac{x}{x-3}(x - |x| + 2).$$

Ange definitionsmängden för f . Ange definitionsmängden för f' samt beräkna $f'(x)$. Beräkna samtliga asymptoter och extremvärden/extrempunkter till f . Rita grafen till f .

(10p)

3. (a) Funktionen $f(x)$ är definierad enligt

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ e & x = 0 \end{cases}$$

Avgör om $f'(0)$ existerar och om så är fallet beräkna $f'(0)$.

(5p)

- (b) Utveckla

$$\sqrt{1 + \sin x}$$

i potenser av x med restterm angiven på formen $O(x^4)$.

(5p)

4. (a) Polynomet $z^4 - 3z^2 - 6z - 2$ har två nollställen vars kvot är i . Skriv polynomet som en product av förstagsfaktorer.

(5p)

- (b) Bestäm de lösningar till differentialekvationen

$$xyy' = 2(y + 1)$$

som går genom punkterna $(-1, 1)$ respektive $(1, -1)$.

(5p)

V.G.V.

5. (a) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}}.$$

(5p)

- (b) Beräkna

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cdot \sin(3x) dx.$$

(5p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Peter