

Svar till tentamen i Diskret Matematik

MVE070, 2015-04-17

Johan Wästlund

Observera att nedanstående enbart utgör svar, inte fullständiga lösningar!

1. (a) Sant.
(b) Sant.
(c) Sant.
(d) Sant.
(e) Sant ($2 + 4 + 8 = 1 + 4 + 9$).
2. (a) 2.
(b) 3.
(c) 5.
(d) 6.
(e) 8.
3. Operationen är både kommutativ och associativ.
4.
$$\sum_{k=1}^n k^2 \leq \sum_{k=1}^n n^2 = n \cdot n^2 = n^3.$$
5. (a) Har lösningar ($\text{sgd}(246, 835) = 1$).
(b) Har lösningar, till exempel $x = 5$, $y = 6$ (man behöver bara testa fallen $0 \leq x, y < 8$).
(c) Saknar lösningar (saknar lösningar modulo 7).

6. (a) $2^{30} \equiv 1 \pmod{31}$. Antingen beräknar man det med upprepad kvadrering eller dylikt, eller så hänvisar man till Eulers sats.
- (b) $2^{34} \equiv 9 \pmod{35}$. Vilket bland annat innebär att 35 inte är ett primtal.
7. Antalet delmängder med 3 element är

$$\binom{20}{3} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140.$$

Om ingen differens ska vara delbar med 3 måste de tre talen komma från varsin kongruensklass, alltså ett från $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\}$, ett från $\{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20\}$, och ett från $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, vilket går på $7 \cdot 7 \cdot 6 = 294$ sätt.

8. Summan av graderna måste vara jämn (2 gånger antal kanter). 12 noder och grad 3 är möjligt. 13 noder och grad 3 ger summa 39 av graderna, vilket inte går.