

Datorövning 2 - Mer om ytor

avsnitt 1.1–1.5 i 'Flervariabelanalys med MATLAB'

Information om genomförande och krav, vad det gäller datorövningarna, finns i PM för Datorövning 1 och på kurshemsidan.

Obligatoriska uppgifter

Uppgift 1: (se avsnitt 1.4 i kompendiet 'Flervariabelanalys med MATLAB')

Använd kommandot `isosurface` för att plotta följande andragradsytor på lämpligt område. Vilken typ av yta beskriver respektive ekvation?

- (a) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ (se uppgift 10.5.1 i Adams)
- (b) $x^2 + 2y^2 - z = 0$ (se uppgift 10.5.5 i Adams)
- (c) $x^2 - y^2 - z^2 = 4$ (se uppgift 10.5.7 i Adams)
- (d) $x^2 - 4z^2 = 4$ (se uppgift 10.5.11 i Adams)

Uppgift 2: (se avsnitt 1.4 & 1.5 i kompendiet 'Flervariabelanalys med MATLAB')

Lösningssmängden till följande system av ekvationer beskriver kurvor i rummet (snitt av två ytor). Plotta de ytor som representeras av respektive ekvation, i samma figur, och försök avgör vad snittet är för typ av kurva. Försök även bestämma en parametrisering av (en bit av) snittkurvan och plotta den i samma figur (använd `alpha` för att tona ner ytorna så att kurvan framträder tydligare).

- (a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = x + y \end{cases}$ (se uppgift 11.3.7 i Adams)
- (b) $\begin{cases} z^2 = x^2 + y^2 \\ z = 1 + x \end{cases}$ (se uppgift 10.5.19 i Adams)
- (c) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ (se uppgift 10.5.17 i Adams)

Kryssuppgifter

Uppgift 3: (se avsnitt 1.3 i kompendiet 'Flervariabelanalys med MATLAB')

Använd kommandot `slice` för att illustrera följande funktioner av tre variabler utefter de angivna planen. Förklara varför "skivorna" är färgade som dom är.

- (a) $f_1(x, y, z) = x^2 + z^2$, utefter planen: $x = 0, x = 1, x = 2, y = 0, y = 1, z = 0$
- (b) $f_2(x, y, z) = x + y + z$, utefter planen: $x = -2, x = 0, x = 2, z = -2$
- (c) $f_3(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, utefter planen: $x = -3, x = 0, x = 3$

Uppgift 4: (se avsnitt 1.1 i kompendiet 'Flervariabelanalys med MATLAB')

- (a) Plotta funktionsytan $z = \sin(xy)$, för $-2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$, och låt färgen på ytan ange hur "brant" ytan är (dvs. värdet på $|\text{grad}(f(x, y))|$) i respektive punkt.
- (b) Ladda upp en bild (i jpg, png eller annat bildformat) och placera den i ditt MATLAB-bibliotek. Plotta sedan samma funktionsyta som i deluppgift (a) och lägg bilden som textur på ytan.

Uppgift 5: Låt $f(x, y, z) = (x + z \cos y)(y + \sin xz)$.

- (a) Plotta i samma figur nivåytorna $f(x, y, z) = C$, för $C = 2, 3, 4, 5$, på området $-4 \leq x \leq 2, -4 \leq y \leq 2, -4 \leq z \leq 2$.
- (b) Plotta enbart nivåytan $f(x, y, z) = 2$ med ett antal normalvektorer på ytan.
- (c) Använd färg för att illustrera funktionsvärdena $f(x, y, z)$ utefter ytan $z = y - x^2$.

Uppgift 6: Generera först ett nät, dvs matriser **X** och **Y**, med $-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3$, där origo inte ingår. Undersök sedan funktionerna i (a)-(e) nedan genom att plotta respektive funktionsyta. Försök avgöra om funktionerna har gränsvärden då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$. Prova gärna att zooma och/eller förfina meshnätet (tänk dock på att om du ändrar **X** och **Y** så måste du beräkna **Z** på nytt). Plotta även nivåkurvor till funktionerna. Hur ser nivåkurvorna ut i de fall där gränsvärde existerar, respektive inte existerar. Finner du något mönster som skulle indikera att gränsvärde inte existerar? Verifiera sedan dina antaganden genom kalkyler på papper.

- | | |
|---|--|
| (a) $f_1(x, y) = xy$ | (d) $f_4(x, y) = \frac{xy^2}{x^4 + y^2}$ |
| (b) $f_2(x, y) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$ | |
| (c) $f_3(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ | (e) $f_5(x, y) = \frac{x^3}{x^2 - y}$ |