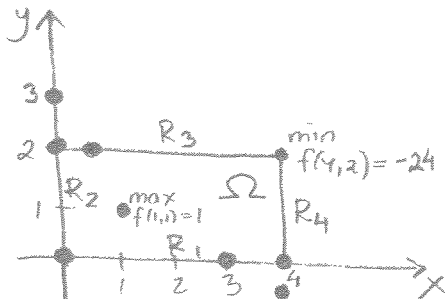


Uppg. Bestäm det största resp. minsta värdet av $f(x,y) = 3xy - x^2y - xy^2$ på området $D: 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2$.

Lös.



II $f(x,y)$ har inga singulära punkter.

I (Stat. punkter i det inre av D)

$$\begin{cases} f_1(x,y) = 3y - 2xy - y^2 = y(3 - 2x - y) = 0 \\ f_2(x,y) = 3x - x^2 - 2xy = x(3 - x - 2y) = 0 \end{cases}$$

ekv. systemet har lösningarna $(x,y) = (0,0), (0,3), (3,0), (1,1)$

endast $(1,1) \in \text{int } D$ och $\boxed{f(1,1) = 1}$

III (Randén)

$$R_1: y=0, 0 < x < 4, \boxed{f(x,0) = 0, 0 < x < 4}$$

$$R_2: x=0, 0 < y < 2, \boxed{f(0,y) = 0, 0 < y < 2}$$

$$R_3: y=2, 0 < x < 4, f(x,2) = 6x - 2x^2 - 4x = \frac{2x - 2x^2}{g(x)}$$

$$g'(x) = 2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad (\text{obs! denna lös. ligger i det studerade intervallet } 0 < x < 4)$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{1}{2} = f\left(\frac{1}{2}, 2\right)}$$

$$R_4: x=4, 0 < y < 2, f(4,y) = 12y - 16y - 4y^2 = \frac{-4y - 4y^2}{h(y)}$$

$$h'(y) = -4 - 8y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

ligger ej i det studerade intervallet $0 < y < 2$ och är därför ej intressant.

Ändpunkterna på R_1, R_2, R_3, R_4 (dvs "hörnena" på D) är också intressanta.

$$\boxed{f(0,0) = 0}, \boxed{f(0,2) = 0}, \boxed{f(4,0) = 0}, \boxed{f(4,2) = -24}$$

Svar: Största värdet är 1 och antas i punkten $(1,1)$
Minsta —||— -24 —||— (4,2)