

Flervariabelanalys för V2 (MVE085)

läsåret 2013/14



Kursansvarig: Thomas Wernstål

Kurshemsida

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve085/1314/>

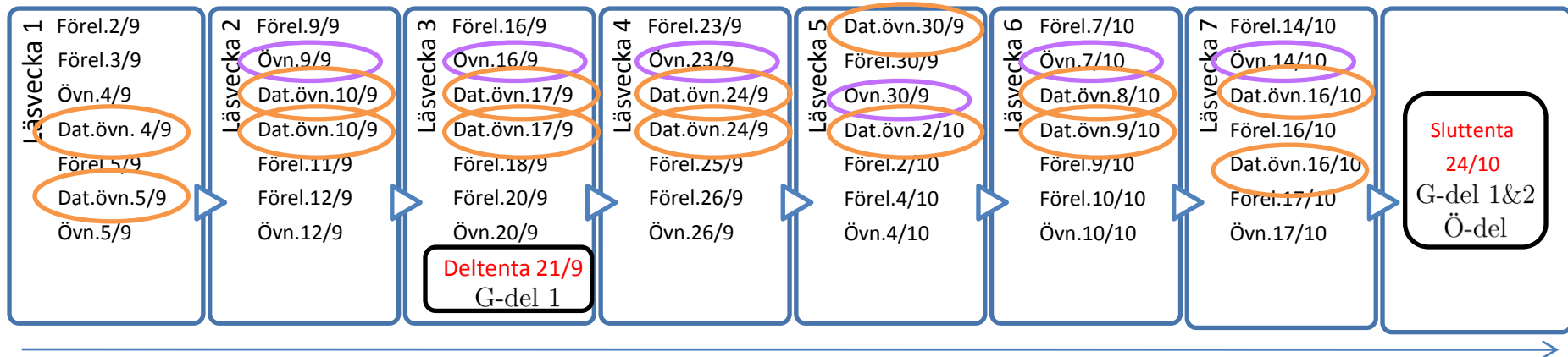
Innehåller det mesta du behöver veta om kursen, som t.ex.

- hur **undervisningen** är organiserad (föreläsningar, övningar, undervisningsplan, rekommenderade övningsuppgifter mm)
- **examination, betygskriterier, lärmål**
- **kompletterande kursmaterial** (föreläsningsmaterial, vecko-PM, material för datorövningarna, gamla tentor mm)
- **viktiga meddelanden** under kursens gång som t.ex. förändringar och förtydliganden om innehåll och upplägg eller ev. inställda lektioner

Kursen finns även som aktivitet i Ping Pong, där du även kan;

- **avläsa antalet godkända kryssuppgifter och datorövningar**
- **kommunicera** med lärare och andra studenter (PIM, Diskussionsforum mm)
- **testa** dina kunskaper på några frivilliga och anonyma **sant/falskt-frågor**

Undervisning och examination



Datorövningar, grupp 1&2

Datorövningar, grupp 3&4

För godkänt krävs att du
inför handledare i datorsal
redovisar de två första uppg.
i PM för datorövn.1-6

Deltenta på godkäntdelens del 1 För godkänt krävs 10 av 14 poäng

Sluttenta med godkäntdelens del 1&2 samt överbetygsdel

För godkänt krävs 10 av 14 poäng på del 1 och 13 av 18 poäng på del 2,
eller 25 poäng totalt på godkäntdelens två delar.

Kryssuppgifter på räkneövningarna (4*6 st) Frivilligt men kan ge
bonus för överbetyg.

Kryssuppgifter på datorövningarna (4*6 st) Bonus=Antalet kryss/8

33 poäng (inklusive bonus) ger betyget 4:a

42 poäng (inklusive bonus) ger betyget 5:a

Lärare och gruppindelning

Föreläsare och examinator: Thomas Wernstål

Läsvecka 1 gäller följande gruppindelning:

Grupp 1: Abellsson - Doverbo

Övningsledare: Thomas Wernstål

Grupp 2: Edeland - Höier

Övningsledare: Mattias Lennartsson

Grupp 3: Jansson - Pålsson

Övningsledare: Olof Sahlberger

Grupp 4: Ringmark - Österlund

Övningsledare: Timo Hirscher/Carl Toft

Läsvecka 2-7 gäller gruppindelning enligt bokningslista på websida som anslås på kurshemsidan ca. kl.17 torsdagen den 5/9.

TMA043/MVE085 Flervariabelanalys E2/V2, läsåret

Lärmål, hela kursen

Adams	För att bli godkänd på kursen skall du kunna:
10.1	förklara vad som menas med <i>omgivning</i> till en punkt i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med inre punkt, yttre punkt och randpunkt till en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1	förklara vad som menas med öppen, slutet, det inre, det yttre och komplementet av en mängd i $\mathbb{R}^n$
10.1, 10.5	skissa plan, cylindriska ytor och andragsytor, utgående från ytans ekvation samt ange vilken typ av yta ekvationen representerar (se även 8.1).
10.1, 10.5	skissa kurvor, ytor och områden i rummet som beskrivs av system med ekvationer och/eller olikheter, där uttrycken är av typ som ingår i föregående lärmål.
11.1	derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna (sats 11.1.1, se t.ex. exempel 1), och därmed kunna bestämma kurvtangent, hastighet- och accelerationsvektor, samt fart till en partikel med given positionsvektor.
11.1	skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2).
11.1, 11.3	bestämma parametrisering av sträckor i planet och rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2). Du skall även i enklare fall kunna parametrisera skärningskurvor mellan ytor.
11.3	förklara vad som menas med båglängdselement och beräkna längden av kurvor (se även 8.3-8.4).
11.3	förklara vad som menas med enkel slutet kurva, samt vad som menas med orientering av en kurva
12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. 12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla nivåkurvor/nivåytor.
12.1	bestämma (den maximala) definitionsområdet för ett funktionsuttryck, samt skissa enkla funktionsytor.
12.2	ge en intuitiv beskrivning av begreppet gränsvärde (som i inledning till 12.2).
12.2	använda räkneregler (före ex.1) för gränsvärden för funktioner av två variabler.
12.2	förklara vad som menas med att en funktion är kontinuerlig
12.3 12.5	de olika beteckningarna för partiell derivata och beräkna partiella derivator genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln.
12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta.
12.4 12.5	beräkna partiella derivator av högre ordning genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln

Adams	För överbetyg skall du också kunna:
11.3	bestämma parametrisering av snitt av ytor
11.3	motivera formeln för beräkning av kurvlängd.
12.2	definiera begreppet gränsvärde och motivera definitionen
12.2	avgöra om en reellvärd funktion av två variabler har gränsvärde och beräkna det.
12.2	ge exempel på funktion av två variabler, som saknar gränsvärde då $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ men där alla gränsvärden $f(x, kx)$, då $x \rightarrow 0$, samt $f(0, y)$, då $y \rightarrow 0$, existerar och är lika.
12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig.
12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation.
12.6	definiera begreppet differentierbar funktion.
12.6	redogöra för relationerna mellan egenskaperna för en funktion: kontinuerlig, kontinuerliga partiella derivator samt differentierbar
12.6	formulera och bevisa kedjeregeln för $g \circ f$ då $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ och $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ samt formulera kedjeregeln på matrisform för $g \circ f$ då $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ och $g: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ (se sid. 709).
12.7	definiera begreppen gradient och riktningsderivata, redogöra för och bevisa deras egenskaper (sats 12.7.6, sats 12.7.7 samt markerad ruta s 718).
12.8	visa att en ekvation eller ett system av ekvationer lokalt definierar en funktion implicit samt beräkna funktionens partiella derivator.
12.8	känna till sambandet mellan Jacobideterminanten till en transformation och Jacobideterminanten till inversen (sid. 722).

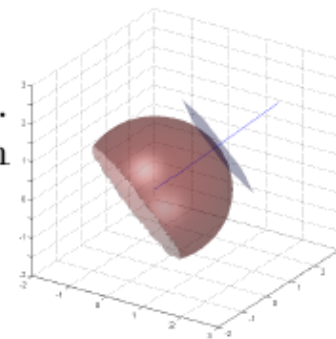
Lärmål 22

Del 1, för godkänt



- bestämma ekvationer för tangentlinje och normallinje till nivåkurva samt tangentplan och normallinje till nivåyta

Förtydligande: Detta inkluderar att du även kan bestämma normalvektor till nivåkurva och nivåyta. Det är viktigt att du har helt klart för dig vad som menas med en funktionskurva resp. nivåkurva och kan skilja dessa begrepp åt. Lika säkert måste du kunna skilja på begreppen funktionsyta och nivåyta.



Några avsnitt, exempel och uppgifter som anknyter till detta lärmål:

Avsnitt: 12.7

Exempel ur kursboken: 12.7: Ex.1,6b,7,8

Övningsuppgifter: 12.7: 3c,7, K: 9,10

Gamla tentamensuppgifter: 081020.1b, 090110.1b, 091024.1a
100918.1c, 101021.1c

Kurslitteratur

- Calculus, a complete course, seventh edition
av Robert.A.Adams & Christopher Essex
Avsnitt: 10.1, 10.5, 11.1, 11.3, 12, 13.1-13.3,
13.6, 14.1-14.6, 15, 16.1, 16.3-16.5
- Flervariabelanalys med Matlab
Kompendium som finns att hämta på kurshemsidan.
- Blad med kompletterande uppgifter
Finns att hämta på kurshemsidan.
- Övrigt material som kan vara av intresse
läggs också ut på kurshemsidan

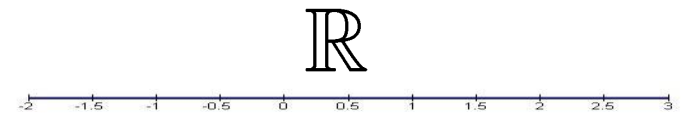
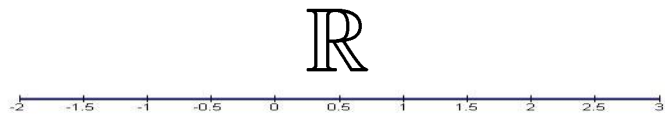
Flervariabelanalys för V2

läsåret 2012/13



Exempel på innehåll

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$



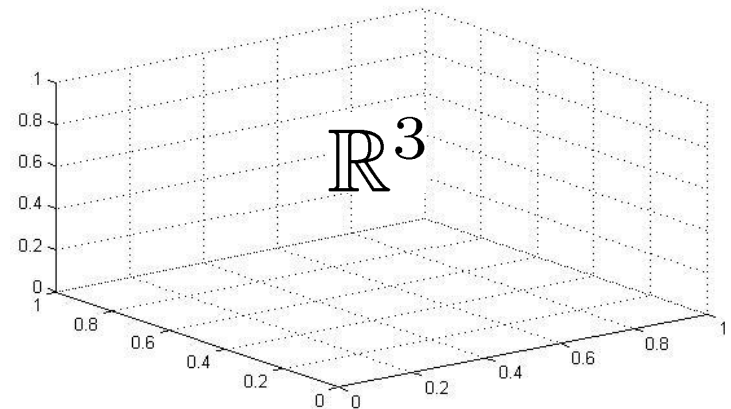
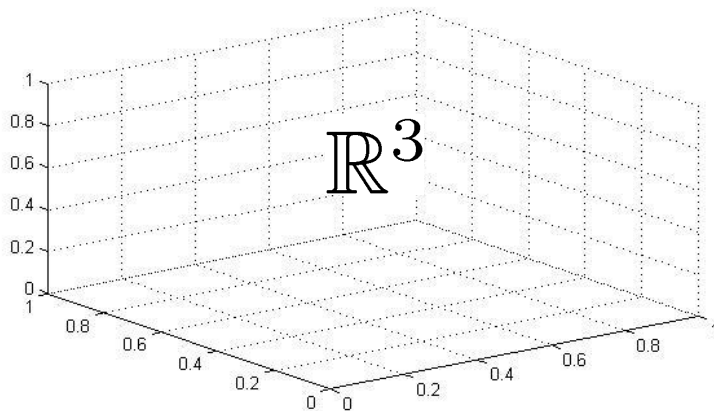
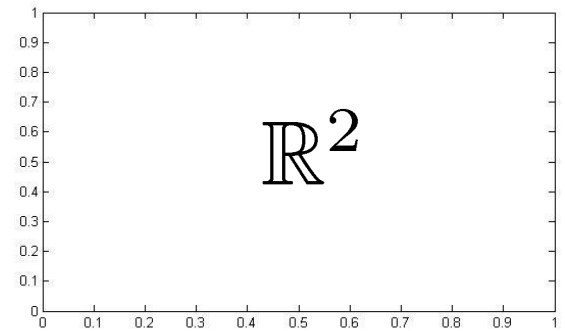
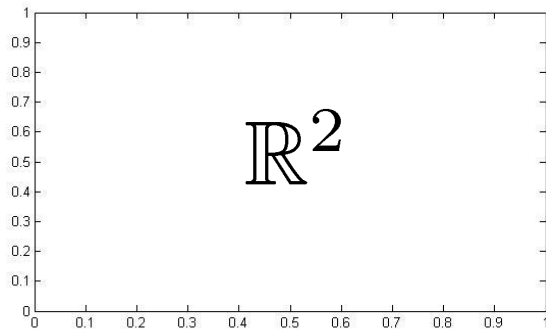
Reellvärda funktioner
av en variabel

Kurvor

Reellvärda funktioner
av flera variabler

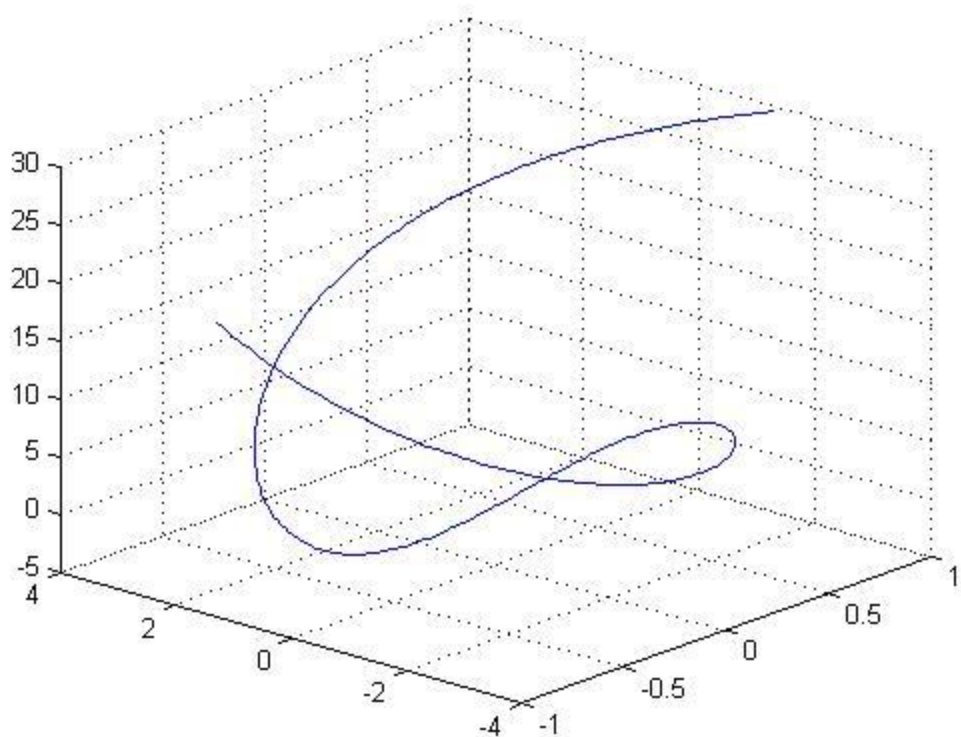
Ytor

Vektorfält



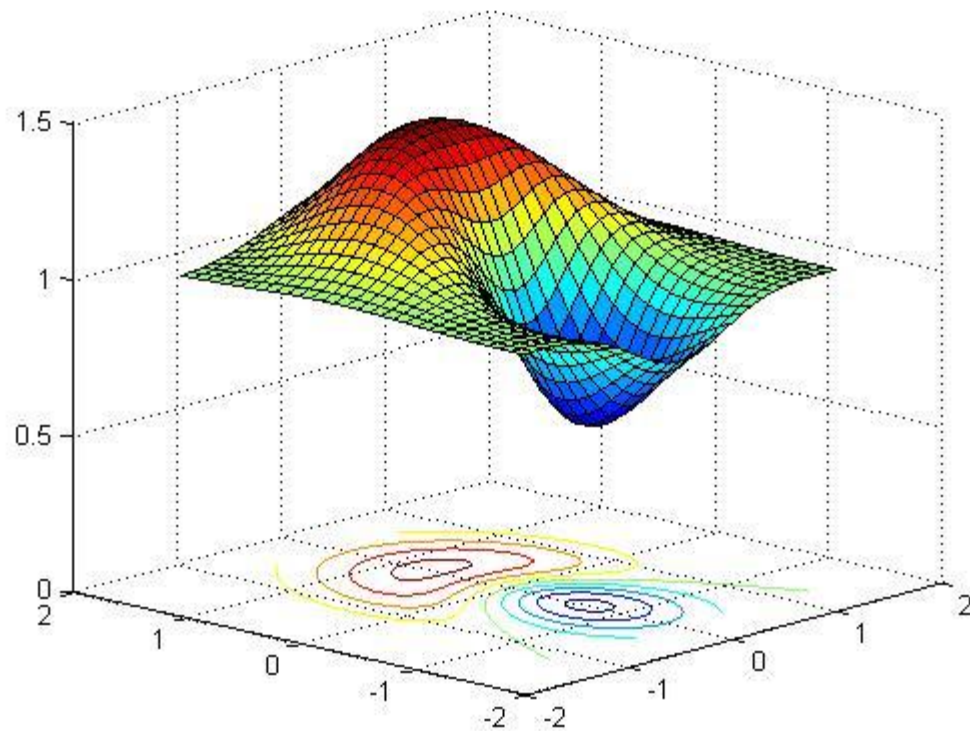
Kurvor i planet och rummet

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \cos t \\ z = t^2 - t \end{cases}$$



Funktioner av flera variabler

$$f(x, y) = 1 + (x^2 + y)e^{-2x^2 - y^2}$$

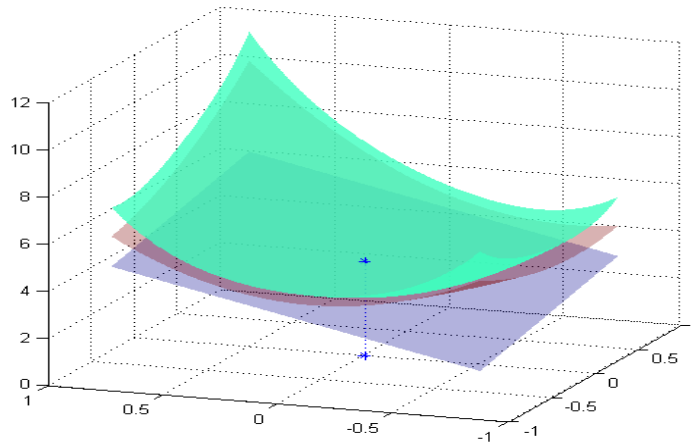


Partiella derivator

Kedjeregeln:
$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

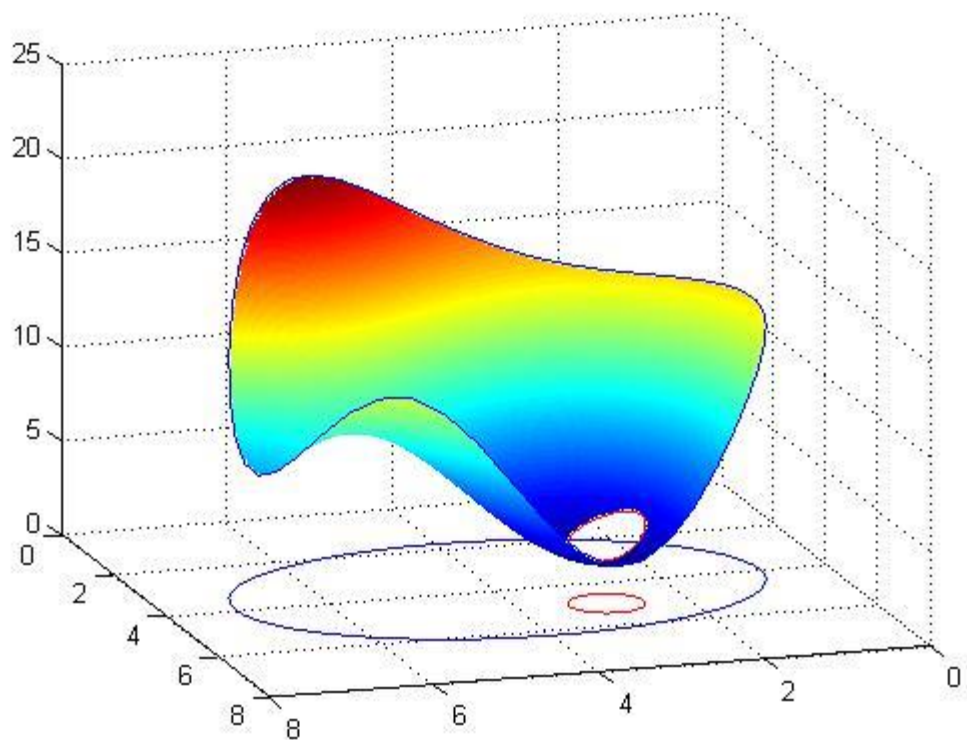
Taylors formel:

$$f(x, y) = f(a, b) + f'_x(a, b)(x - a) + f'_y(a, b)(y - b) + \dots$$



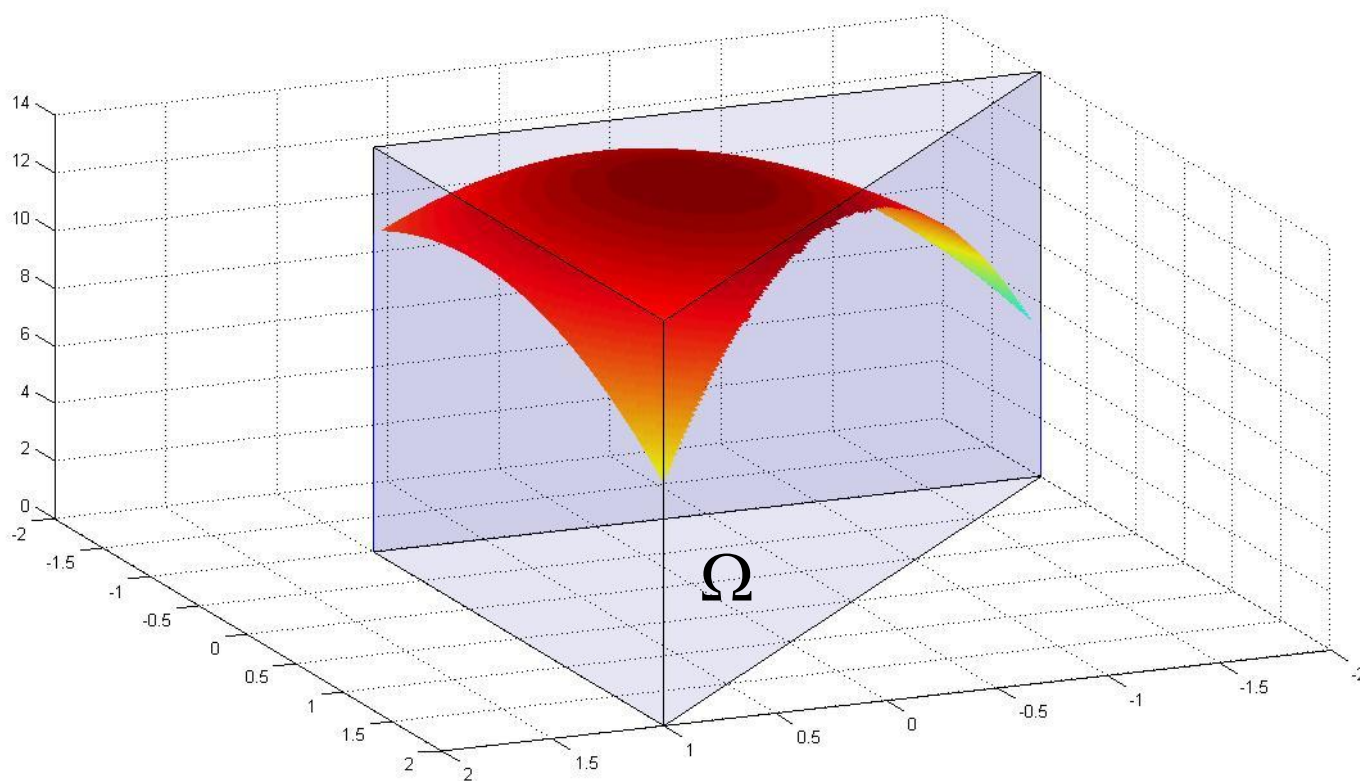
Optimering

$$\min_{g(x,y)=0} f(x,y)$$



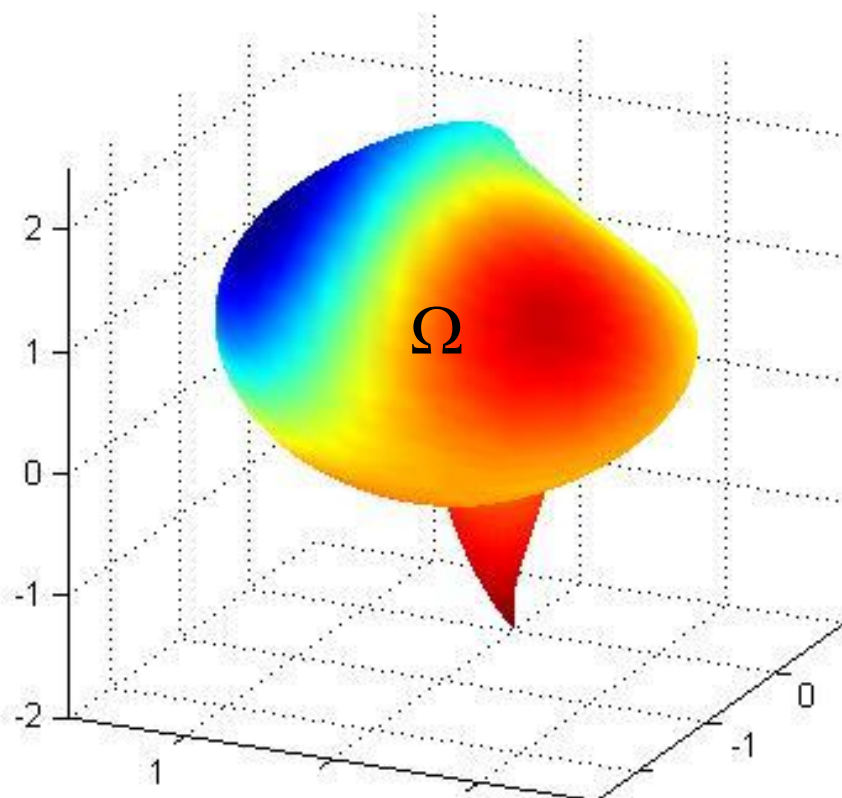
Dubbelintegraler

$$\iint_{\Omega} f(x, y) \, dx \, dy$$



Trippelintegraler

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$$



Kurvintegraler

längd
massa
tyngdpunkt

$$\int_{\gamma} f(x, y, z) ds$$

arbete

$$\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{T}} ds$$

Ytintegraler

area
massa
tyngdpunkt

$$\iint_S f(x, y, z) dS$$

flöde

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

Vektorfält och flöden

$$\mathbf{F}(x, y, z) = F_1(x, y, z)\mathbf{i} + F_2(x, y, z)\mathbf{j} + F_3(x, y, z)\mathbf{k}$$

