

MVE115

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Matematisk analys i flera variabler AT

Datum: 2010-08-28, kl. 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: _____, tel. 070-3088304, besöker salen ca 9.30 och 11.30.

=====

1. Skissa nivåkurvorna till funktionen $f(x, y) = e^{-xy}$. Skissa och/eller beskriv med ord funktionens graf. (5p)

2. Givet funktionen $f \in C^1(\mathbb{R})$, bilda funktionen $g(x, y) = f(x^2 + y^2)$.

(a) Förklara hur g 's nivåkurvor ser ut. (1p)

(b) Visa att vektorn $\nabla g(x_0, y_0)$ är parallell med vektorn $\vec{r} = (x_0, y_0)$. (4p)

(c) Vad ska funktionen f uppfylla för att $\nabla g(x_0, y_0)$ och $\vec{r} = (x_0, y_0)$ ska ha samma riktning? (1p)

3. Givet funktionen

$$f(x, y) = \frac{8}{xy} + x + 2y + xy, \quad (x, y \neq 0)$$

finn f 's minsta värde i den öppna första kvadranten (d.v.s. för $x, y > 0$). (6p)

4. Beräkna volymen av den kropp som bestäms av olikheterna $x^2 + y^2 \leq 2y$, och $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$. (6p)

5. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} (\sqrt{x^2 + 1} - x^2 y) dx - (y^{\frac{5}{3}} - xy^2) dy,$$

där γ är den del av cirkeln $x^2 + y^2 = 4$, som ligger i högra halvplanet, orienterad uppåt. (6p)

6. Givet är den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + a \frac{\partial f}{\partial x} + b \frac{\partial f}{\partial y} + cf = 0, \quad f = f(x, y), \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Visa att man kan välja konstanterna α och β så att den efter substitutionen

$$u(x, y) = f(x, y)e^{-\alpha x - \beta y}$$

övergår i ekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + Au = 0,$$

för någon konstant A . (6p)

V.G.V.

- 7.(a)** Definiera begreppet vinkel mellan två vektorer i $\mathbb{R}^n$. (1p)
(b) Formulera och bevisa Cauchy-Schwarz olikhet, samt förklara varför olikheten är nödvändig för definitionen av vinkel i abstrakta (icke-geometriska) rum. (7p)

- 8.(a)** Formulera Greens sats. (2p)
(b) Visa satsen för ett vektorfält på formen $(P, 0)$. (5p)

Betygsgränser: 20 – 29 p: 3; 30 – 39 p: 4; 40+: 5.

/JM