

MVE115

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Matematisk analys i flera variabler AT

Datum: 2011-01-11, kl. 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Martin Berglund, tel. 070-3088304, besöker salen ca 9.30 och 11.30.

=====

1. Finn alla λ sådana att gränsvärdet nedan existerar

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + \lambda xy + y^2}. \quad (4p)$$

2. Givet den kontinuerligt deriverbara funktionen $f = f(x, y)$, visa att funktionen $\varphi(u, v) = f\left(\frac{u}{v}, \frac{u-v}{u}\right)$, $u, v \neq 0$, satisfierar differentialekvationen

$$u \frac{\partial \varphi}{\partial u} + v \frac{\partial \varphi}{\partial v} = 0. \quad (4p)$$

3. Givet är funktionen $f(x, y) = \frac{2x - y}{3y - 5x}$.

(a) Beräkna funktionens riktningsderivata i punkten $(1, 2)$, i riktningen mot punkten $(4, -2)$. (3p)

(b) Beräkna f 's största riktningsderivata i punkten $(1, 2)$. (2p)

4. Bestäm största och minsta värde för funktionen $f(x, y) = (1 - x^2 - y^2)e^{-x-y}$, i cirkelskivan $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2\}$. (6p) Om f har stationära punkter inom området, avgör deras karaktär. (3p)

5. Beräkna integralen

$$\iiint_D \frac{dx \, dy \, dz}{(1 + x + y + z)^3},$$

där D är den begränsade kroppen som avgränsas av de fyra planen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$. (6p)

6. Beräkna det största möjliga värdet för integralen

$$\int_C (4y^3 - 3y) \, dx - x^3 \, dy,$$

där C är en enkel sluten C^1 -kurva, orienterad moturs. (8p)

V.G.V.

7.(a) Definiera begreppet kurva. (2p)

(b) Redogör för de två typerna kurvintegraler, förklara hur de beräknas och hur de kan tolkas. (max 6p)

8.(a) Formulera Greens sats. (2p)

(b) Visa satsen för ett vektorfält på formen $(0, Q)$. (5p)

Betygsgränser: 20 – 29 p: 3; 30 – 39 p: 4; 40+: 5.

/JM