

MVE115

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Matematisk analys i flera variabler AT

Datum: 2011-03-12, kl. 8.30 - 12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Martin Berglund, tel. 070-3088304, besöker salen ca 9.30 och 11.30.

=====

1. Skissa nivåkurvorna till funktionen $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2x - y}$. (5p)

2. Beräkna gränsvärdet nedan om det existerar; om det inte gör det, motivera varför.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5}{x^4 + y^4} \quad (6p)$$

3. Inför nya variabler r, φ , där $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, i differentialekvationen nedan. (5p) Lös därefter ekvationen. (2p)

$$x \frac{\partial u}{\partial y} - y \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

(Ledtråd: Enklast är att använda implicit derivering.)

4. Givet funktionen $f(x, y) = x^3 y^2 (6 - x - y)$, finn f 's stationära punkter i den öppna första kvadranten och avgör deras karaktär. (5p)

5. Beräkna arbetet som kraften $\mathbb{F}(x, y) = (x^3, x^2 + e^y)$ utför från punkten $(1, 0)$ till punkten $(0, 1)$ längs kurvan $y = \sqrt{1 - x^2}$. (6p)

6. Skissa ytan som ges av ekvationen $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = z$, och beräkna volymen av kroppen som omsluts av ytan. (8p) (OBS! Du får beräkna volymen även om du inte lyckats skissa ytan.)

7. (a) Definiera begreppet riktningsderivata. (2p)

(b) Formulera och bevisa satsen om sambandet mellan gradient och riktningsderivata. (4p)

8. (a) Formulera Greens sats. (2p)

(b) Visa satsen för ett vektorfält på formen $(P, 0)$. (5p)

Betygsgränser: 20 – 29 p: 3; 30 – 39 p: 4; 40+ : 5.

/JM